



**PMI-2094**

**TRABALHO DE FORMATURA EM  
ENGENHARIA DE MNAS**

**Análise de Sensibilidade e Aprimoramento de Circuito Industrial de  
Cominuição a Partir de Simulações Computacionais**

Novembro de 2018

Matheus Borges Bassani – 7211954

Revisado em Dezembro de 2018

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo**

**PMI-2094**

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E APRIMORAMENTO DE CIRCUITO INDUSTRIAL  
DE COMINUIÇÃO A PARTIR DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS**

**Aluno:** Matheus Borges Bassani

**Orientador:** Homero Delboni Jr.

Novembro de 2018.

TF- 20/8  
B293a  
Sylvia 2927841

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

42018.6



Escola Politécnica - EPMI



31700001908

Catálogo-na-publicação

Bassani, Matheus

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E APRIMORAMENTO DE CIRCUITO  
INDUSTRIAL DE COMINUIÇÃO A PARTIR DE SIMULAÇÕES  
COMPUTACIONAIS / M. Bassani -- São Paulo, 2018.  
44 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São  
Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo.

1.CE623.1 - ENGENHARIA DE MINAS 3.CE623.1.6 -  
PROCESSAMENTO MINERAL 4.CE623.1.5.2 - COMINUIÇÃO I. Universidade  
de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e  
Petróleo II.1.

## **Resumo**

Apesar da ampla e tradicional utilização do modelo energético de Bond para circuitos industriais de cominuição, a modelagem e simulação computacional vem se consolidando como a principal ferramenta moderna da engenharia de minas para o estudo de circuitos alternativos de processamento, otimização do desempenho de instalações já existentes e dimensionamento de outras novas.

Entre os modelos bem-sucedidos, distinguem-se os modelos fundamentais, baseados na interação física entre as partículas e a parte interna do moinho, e os modelos fenomenológicos ou "de caixa preta", que consideram apenas as granulometrias de alimentação e produto. Dada a alta demanda de capacidade computacional e complexidade associada a modelos fundamentais, os modelos de caixa preta ganharam espaço em aplicações mais práticas.

Este trabalho analisa, com base em dados de uma planta industrial real, a influência de diversas variáveis operacionais no processo de moagem e classificação. A partir do comportamento observado nas simulações são propostos ajustes de maneira a atingir objetivos específicos de produção.

## **Abstract**

Despite the broad and traditional application of the Bond energetic model for industrial milling and classification circuits, the use of computer modeling and simulation has been increasingly consolidated as the main modern tool of mining engineers for optimizing the performance of existing plants, studying alternative mineral processing routes and equipment sizing on new facilities.

Amongst the most succesful models, two are particularly distinguishable. Fundamental models are based on the physical interaction between particles and internal mill componentes, while phenomenological models – or "Black Box Models" – consider only the feed and product's particle size ditribution. Given the high computational demand and complexity associated to fundamental models, the black box type has been the most recurrent on practical applications.

This work analises, based on real world industrial data, the infuence of a series of operating variables in milling and classification processes. Upon the observed simulated behaviour, adjusts are suggested so as to reach specific production goals.

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| <b>1. Introdução</b>  | 6  |
| <b>2. Objetivo</b>  | 6  |
| <b>3. Revisão Bibliográfica</b>   | 7  |
| 3.1. Mecanismos de Fragmentação   | 7  |
| 3.1.1. Mecanismo de Compressão:   | 7  |
| 3.1.2. Mecanismo de Impacto:  | 8  |
| 3.1.3. Mecanismo de Abrasão:  | 8  |
| 3.2. Moinhos Cilíndricos: Descrição e Funcionamento                     | 8  |
| 3.3. Teorias da Cominuição  | 11 |
| 3.3.1. Primeira Lei da Cominuição                                       | 12 |
| 3.3.2. Segunda Lei da Cominuição  | 13 |
| 3.3.3. Terceira Lei da Cominuição                                       | 13 |
| 3.3.4. O Modelo de Bond   | 14 |
| 3.4. Modelos de Cominuição  | 17 |
| 3.4.1. Modelos Fundamentais   | 18 |
| 3.4.2. Modelos Fenomenológicos  | 18 |
| 3.5. Classificação  | 22 |
| <b>4. Método</b>  | 25 |
| <b>5. Estudo de Caso</b>  | 27 |
| 5.1. Primeiro Grupo de Simulações – Variáveis relativas ao moinho.      | 27 |
| 5.1.1. Porcentagem de Sólidos na Alimentação                            | 27 |
| 5.1.2. Diâmetro dos Corpos Moedores                                     | 29 |
| 5.1.3. Velocidade de Rotação  | 31 |
| 5.2. Segundo Grupo de Simulações – Variáveis relativas à classificação. | 33 |
| 5.2.1. Porcentagem de Sólidos na Alimentação                            | 33 |
| 5.2.2. Diâmetro do Apex   | 35 |
| 5.2.3. Diâmetro do Vortex   | 37 |
| 5.3. Discussão dos Resultados e Melhorias Propostas                     | 39 |
| 5.3.1. Cenário 1 – Alimentação Fixa                                     | 39 |
| 5.3.2. Cenário 2 – Aumento da Alimentação                               | 40 |
| <b>6. Conclusão</b>   | 42 |
| <b>7. Bibliografia Consultada</b>                                       | 43 |
| <b>8. Apêndices</b>   | 45 |

## **1. Introdução**

Com o avanço da tecnologia e capacidade computacionais, vem sendo cada vez mais comum a utilização de modelos e simulações aplicados a diferentes áreas da engenharia. Antes destinados a cálculos e análises específicas os modelos vêm, hoje, integrando cada vez mais processos e equipamentos em representações complexas que permitem simular e orientar alterações em planta com uma velocidade, há poucos anos, inimaginável.

A engenharia de minas traz algumas características que tornam muito favorável o uso de simulações e modelamento computacionais no dimensionamento e avaliação de circuitos integrados de tratamento, como a dependência de altos valores de CAPEX, o tamanho de seus equipamentos, grandes volumes de amostras, entre outros, de maneira que a simulação é, hoje, uma prática consagrada no dimensionamento e avaliação de circuitos de moagem e classificação.

A partir de dados amostrados ou inferidos por projetos similares, modelos podem ser calibrados e, pela manipulação de diversos parâmetros, diferentes configurações e cenários podem ser avaliados na implantação de um novo projeto. O acompanhamento contínuo de operações consolidadas fornece, ainda, uma base de dados sólida para a calibração de modelos onde podem ser testadas e avaliadas diferentes propostas de melhoria. Também são possíveis simulações onde se pode manipular variáveis operacionais com o objetivo de encontrar os melhores parâmetros para a operação no estado atual.

Este trabalho tratará um circuito (caso base) de moagem e classificação de minério de ouro para lixiviação a partir de sucessivas simulações, a fim de analisar a sensibilidade do circuito a diferentes variáveis operacionais. Ao final, com base nas alterações observadas, serão propostas melhorias ao seu funcionamento.

## **2. Objetivo**

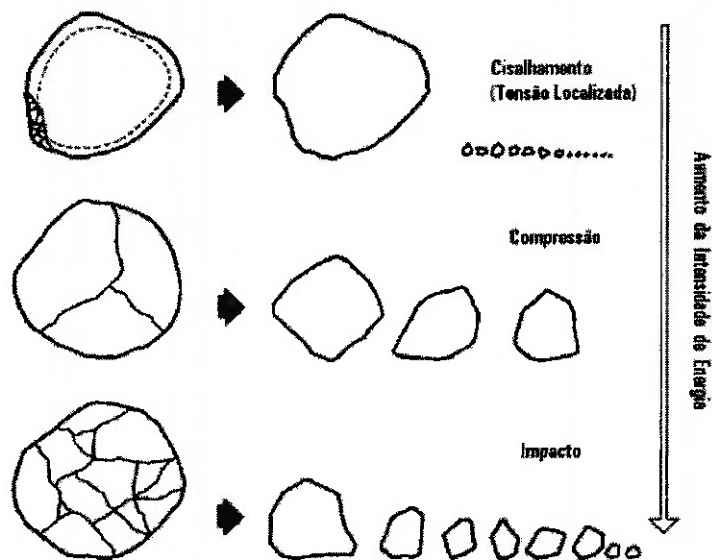
Com base em um modelo criado e calibrado a partir de dados reais, obtidos da planta industrial de Crixás, GO, este trabalho tem como objetivo estudar a influência de diferentes variáveis em um circuito de moagem e classificação, para, então, identificar eventuais etapas menos eficientes, propor e simular melhorias a partir, apenas, das variáveis operacionais.

### 3. Revisão Bibliográfica

#### 3.1. Mecanismos de Fragmentação

A fragmentação ocorre quando uma partícula é submetida a esforços que, concentrados em pontos, planos de fraqueza ou falhas na estrutura atômica do material, levam ao seu rompimento. Conforme Beraldo (1987), a fragmentação ocorre predominantemente por mecanismos de impacto, compressão e abrasão.

Figura 1. Mecanismos de Fragmentação



(Fonte: <http://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/1922320/PEM5112/PG-P1-5-Moagem.pdf>)

##### 3.1.1. Mecanismo de Compressão

Mecanismo predominante nos britadores, ocorre quando uma quantidade de energia pouco superior à necessária para iniciar o trincamento é aplicada lentamente e permite o alívio das tensões pela propagação de fraturas (BERALDO, 1987). A granulometria resultante é geralmente mais grossa e homogênea.

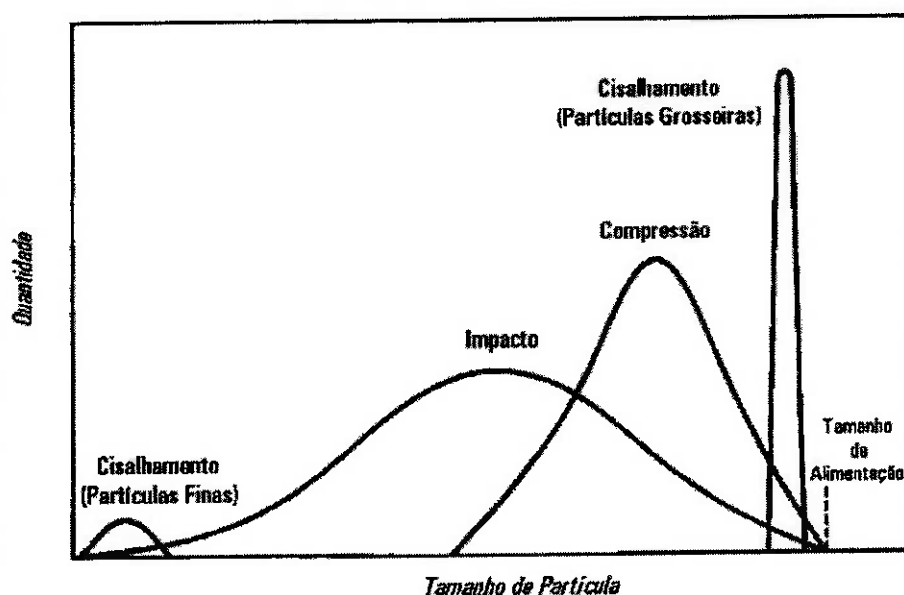
### 3.1.2. Mecanismo de Impacto

Ocorre quando a energia é aplicada de forma abrupta e muito superior à necessária ao primeiro fraturamento (BERALDO, 1987). Ocorre em áreas de impacto como britadores de martelos ou a zona de queda de corpos moedores num moinho e gera granulometria fina, mas relativamente heterogênea.

### 3.1.3. Mecanismo de Abrasão

A atrição do minério resulta em pontos de concentração de tensão que, por sua vez, iniciam pequenas fraturas (Valadão, 2007) das quais resultam pequenas partículas, ao redor da partícula original. O resultado apresenta duas frações granulométricas bem definidas, uma bastante grosseira e outra muito fina.

Figura 2. Distribuição Granulométrica de Fragmentação



(Fonte: <http://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/1922320/PEM5112/PG-P1-5-Moagem.pdf>)

## 3.2. Moinhos Cilíndricos: Descrição e Funcionamento

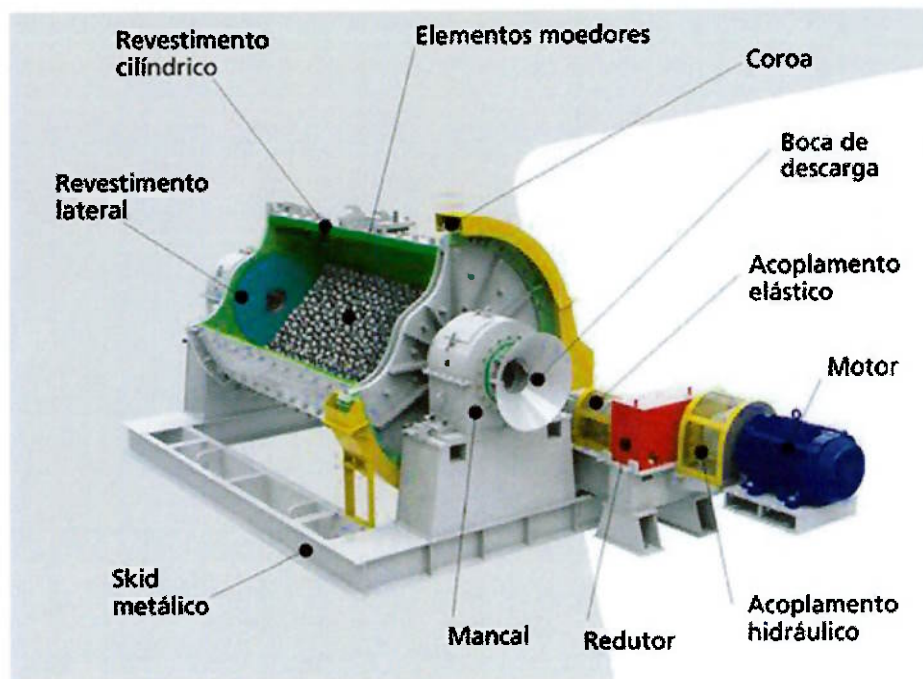
Moinhos cilíndricos são, essencialmente, tubos metálicos ligados a motores elétricos que, carregados com corpos moedores, giram ao redor do próprio eixo longitudinal,



promovendo choques e a atrição entre as partículas e corpos minerais e moedores.

A moagem é, geralmente, o último estágio do processo de fragmentação e os equipamentos mais comumente empregados são os chamados moinhos de bolas e de barras. Muito parecidos em sua estrutura, diferem, geralmente, no comprimento e no tipo dos corpos moedores.

**Figura 2. Distribuição Granulométrica de Fragmentação**



(Fonte: <http://furlan.com.br/moinho-de-barras-bolas/>)

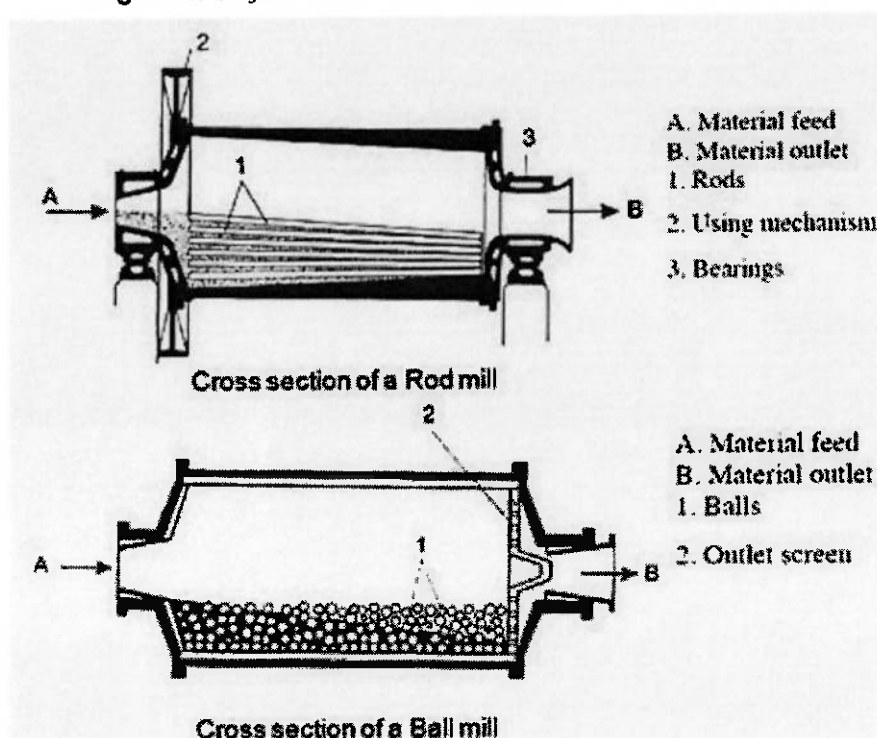
Moinhos de barras são utilizados em circuito aberto, frequentemente na preparação da alimentação de moinhos de bolas, uma vez que o produto obtido tende a ser mais grosso, e costumam ter aspecto menos alongado (menor razão comprimento/diâmetro ou "L/D"). São carregados com barras metálicas com comprimento próximo ao da câmara de moagem.

Moinhos de bolas carregam esferas metálicas, cerâmicas ou seixos e apresentam aspecto mais alongado (maior L/D). Podem ser usados em um único estágio ou associados a moinhos de barras ou autógenos/semi-autógenos. A carga de seixos ou cerâmica é aplicada em situações onde a polpa não pode ser contaminada por resíduos metálicos.

As principais variáveis a serem consideradas no projeto de um moinho são suas dimensões, comprimento e diâmetro, e a potência instalada. O processo pode ser

conduzido por via seca ou úmida, no entanto, recomenda-se o uso de via úmida, uma vez que a água atua tanto como meio de transporte quanto na dissipação do calor (CHAVES, 2009). Na operação, deve-se considerar a porcentagem de sólidos, a velocidade de rotação e o grau de enchimento. Chama-se de grau de enchimento a porcentagem do volume total da câmara de moagem ocupada por corpos moedores, inclusive os interstícios.

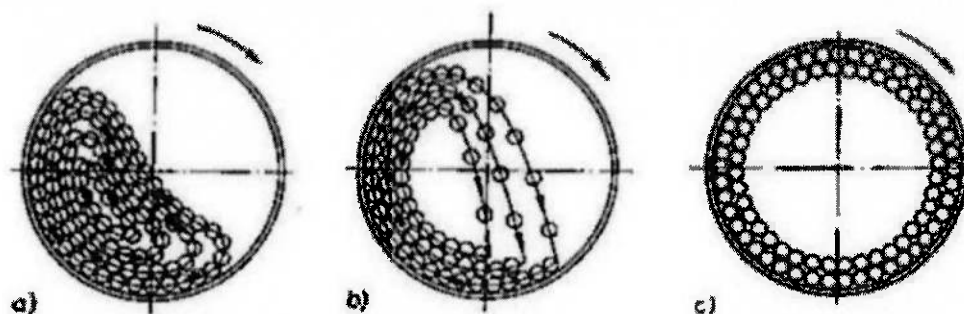
**Figura 4. Seção Transversal Moinhos de Barras e Bolas**



(Fonte: <http://ispatguru.com/grinding-mills-and-their-types/>)

A trajetória descrita pelos corpos moedores e, por consequência, os mecanismos de fragmentação predominantes são, em grande parte, influenciados pela velocidade de rotação e grau de enchimento, de maneira que, em rotações mais baixas e maiores enchimentos, a carga tende a rolar sobre ela mesma, fenômeno denominado "cascata" por Taggart (1951). Aumentando-se a velocidade e diminuindo-se o grau de enchimento, a tendência centrífuga leva os corpos a lançarem-se por sobre a polpa em trajetórias parabólicas, num movimento chamado de "catarata" e, com aumentos ainda maiores da velocidade de rotação, tendem a aderirem-se às paredes do moinho.

**Figura 5. Estados de Movimento de Corpos Moedores (a- Cascata, b- Catarata, c- Centrífugo)**



(Fonte: <https://www.slideshare.net/LucasAlbanoAnibalKha/aula4-moagem-20171>)

A velocidade de rotação de um moinho é, usualmente, referida a partir de uma porcentagem daquela na qual ocorre a adesão centrífuga completa de um corpo moedor à parede, esta última denominada velocidade crítica ( $V_c$ ).

$$V_c = \frac{42,305}{\sqrt{D}} \quad (1)$$

Onde:

$V_c$  = velocidade do moinho (rpm);

$D$  = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m).

### **3.3. Teorias da Cominuição**

Tradicionalmente, modelos de cominuição relacionavam a energia aplicada à malha correspondente a uma porcentagem alvo de material passante, com o advento da computação, os modelos passaram a depender cada vez mais da capacidade computacional.

Nos estudos e experimentos realizados sempre foi evidente que, para atingir similares relações de redução, quanto menor for o produto desejado, maior é a energia requerida (LYNCH, 1977). A energia consumida e a fragmentação resultante relacionam-se pela seguinte equação:

$$dE = -K \frac{dx}{x^n} \quad (2)$$

Onde:

$dE$  = incremento de energia aplicada a uma massa unitária de minério;

$dx$  = incremento na diminuição de tamanho das partículas;

$x$  = tamanho das partículas;

$K$  = constante dependente do minério;

$n$  = expoente dependente da lei considerada.

O valor da constante  $n$  varia dependendo da teoria e do autor adotados para a sua estimativa. Três delas são conhecidas na indústria mineral como as “leis da cominuição” e relacionam a energia aplicada a características físicas das partículas, como seu volume ou área superficial.

### 3.3.1. Primeira Lei da Cominuição

Mais adequada para granulometrias finas (até 4mm), considera diretamente proporcionais, por unidade de volume, a energia específica necessária para a quebra e superfície gerada.

$$E = K \left( \frac{1}{d_p} - \frac{1}{d_f} \right) \quad (4)$$

Onde:

$d_p$  = diâmetro do produto;

$d_f$  = diâmetro da alimentação.

Correspondem ao tamanho de partícula com área superficial equivalente à média aritmética das áreas de cada conjunto de partículas.

Dada a óbvia dificuldade ou impossibilidade de se determinar o tamanho mínimo de uma distribuição granulométrica, estabeleceu-se uma malha de corte relativa a  $d_p$  e  $d_f$  equivalente a 80% passante.

### 3.3.2. Segunda Lei da Cominuição

Adequada para granulometrias mais grossas (alimentação maior que 125mm), considera a energia específica diretamente proporcional à redução de volume das partículas, para corpos geometricamente similares. Foi desenvolvida por Friedrich Kick em 1883 e é expressa na relação a seguir:

$$E = K \ln \frac{df}{dp} \quad (5)$$

Onde:

$E$  = energia específica (kWh/t);

$K$  = constante de proporcionalidade;

$dp$  = diâmetro do produto;

$df$  = diâmetro da alimentação.

Neste caso, é utilizada média logarítmica na determinação de  $dp$  e  $df$ .

### 3.3.3. Terceira Lei da Cominuição

Considera a energia específica necessária para a quebra inversamente proporcional à raiz quadrada do tamanho das partículas. Desenvolvida por Bond em 1952, propõe a seguinte equação:

$$E = K \left( \frac{1}{\sqrt{d_p}} - \frac{1}{\sqrt{d_f}} \right) \quad (6)$$

Onde o tamanho das partículas adotado é aquele correspondente à malha onde 80% do material é passante e  $K$  é definido como  $10 \times WI$ . Chamado de  $WI$ , o *Work Index* é determinado laboratorialmente, por um procedimento desenvolvido e padronizado por Bond (1961) e representa o trabalho em kWh necessário para reduzir uma tonelada curta (907kg) de material, desde um tamanho inicial infinito até um tamanho final de 80% passante em 100  $\mu\text{m}$  (PEREIRA, 1989).

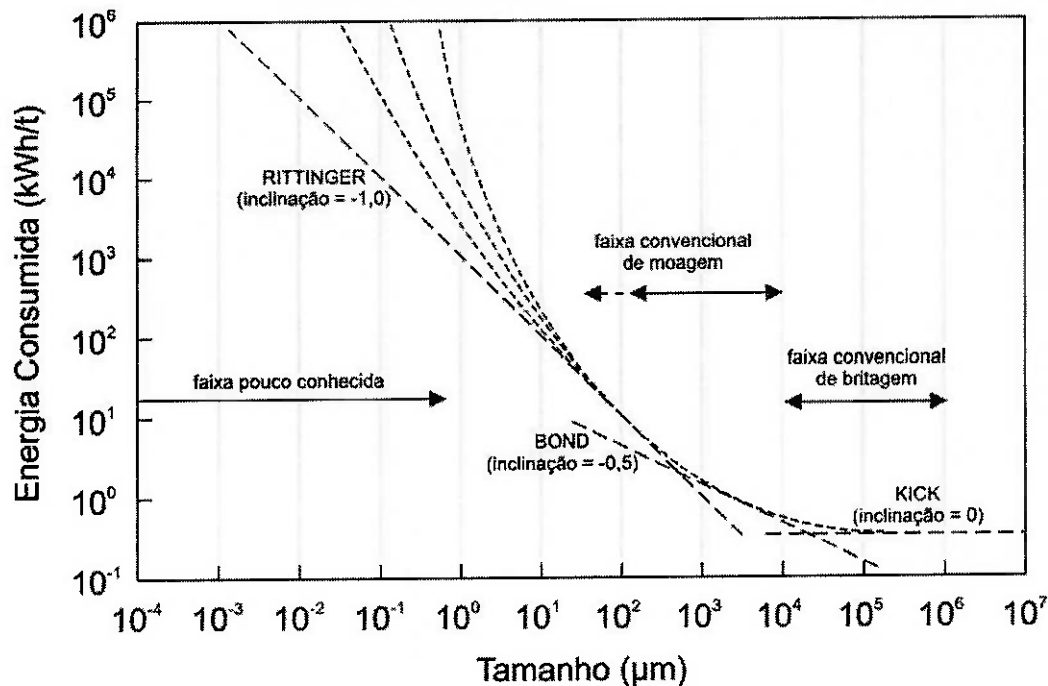
Em 1957 foi proposto, independentemente, que a energia consumida na fragmentação seguia uma relação inversamente proporcional a uma fração exponencial dos diâmetros. A expressão, proposta por Charles e Holmes e conhecida como "Lei Geral" é apresentada na equação a seguir.

$$E = K \left( \frac{1}{d_p^{(n-1)}} - \frac{1}{d_f^{(n-1)}} \right) \quad (7)$$

Como confirmado em 1961, cada lei anterior se aplica a um determinado intervalo granulométrico. Propostos por Hukki, o gráfico e equação a seguir procuram resolver o problema.

$$\partial E = -K \left( \frac{\partial d}{\partial f(d)} \right) \quad (8)$$

**Figura 6. Aplicabilidade das Teorias de Cominuição**



(Fonte: Hukki, 1961)

Do gráfico da Figura 8, proposto por Hukki (1961), depreende-se que a teoria de Kick ( $n = 1$ ), é aplicável em processos de britagem, enquanto que as teorias de Rittinger ( $n = 2$ ) e Bond ( $n = 1,5$ ) são válidas para moagens ultrafinas e moagens convencionais, respectivamente.

### 3.3.4. O Modelo de Bond

A partir da determinação empírica do Índice de Moabilidade (Work Index ou  $WI$ ), Bond (1952 e 1961) propôs um modelo para determinar a energia específica gasta na cominuição de um minério específico a um fator de redução pré-determinado.

Aplicável a circuitos clássicos de cominuição (britagem estagiada seguida de moagem em barras e bolas) e bastante adaptável a diversas variedades minerais, o

modelo de Bond ganhou notável aceitação industrial nas ultimas décadas e vem sendo muito utilizado no dimensionamento de novos circuitos.

É importante ressaltar que, apesar da grande aplicabilidade, o modelo de Bond é bastante limitado na previsão de desempenho para circuitos diferentes daqueles padronizados e apresenta importantes desvios quando aplicado a minérios com presença ou tendência excessiva a geração de finos. O modelo também não considera integralmente o processo global de moagem, desconsiderando, por exemplo, a importância da água em circuitos fechados com hidrociclones, e não possibilita qualquer estimativa da razão de carga circulante.

São as condições padrão estabelecidas por Bond:

- Moinho de bolas do tipo overflow, com diâmetro interno ao revestimento de 2,44m (8ft);
- Moagem em via úmida;
- Circuito fechado com carga circulante de 250%;

A partir dos resultados padronizados e diversos dados, obtidos na indústria e em laboratório, para diferentes condições, Bond (1983) desenvolveu diferentes fatores de correção (ou de "eficiência") que correlacionam seu modelo a outras condições de trabalho. Tais fatores foram complementados por Rowland (1983), que considera os oito fatores de eficiência descritos a seguir para o cálculo da potencia necessária aos moinhos e validade dos *W/s*.

EF1 - Moagem a seco: Dada a maior eficiência da moagem a via úmida, a esta é atribuído um fator 1,0, enquanto à moagem a seco é atribuído um fator 1,3.

EF2 - Circuito aberto em moinhos de bolas: Dada a ineficiência relativa dos circuitos abertos quando comparados a circuitos de cominuição fechados, se faz necessário um fator de correção a partir da porcentagem de produto retida na malha de controle adotada.

**Figura 7. Fator de Ineficiência de Circuitos Abertos**

| Porcentagem do<br>Produto Passante na<br>Malha de Referência | Fator de Eficiência – $EF_2$ |
|--|------------------------------|
| 50   | 1,035                        |
| 60   | 1,05                         |
| 70   | 1,10                         |
| 80   | 1,20                         |
| 90   | 1,40                         |
| 92   | 1,46                         |
| 95   | 1,57                         |
| 98   | 1,70                         |

(Rowland, apud Beraldo, 1987).

EF3 - Fator de Diâmetro:

$$EF_3 = \left( \frac{2,44}{D} \right)^{0,2} \text{ para } D < 3,81m$$

$$EF_3 = 0,914 \text{ para } D > 3,81m$$

EF4 - Fator de tamanho na alimentação:

Considera a influência do tamanho de alimentação em relação a um tamanho ótimo ( $F_0$ ) definido pelas equações a seguir:

$$F_0 = 16.000 \left( \frac{13}{WI} \right)^{0,5} \text{ para moinho de barras}$$

$$F_0 = 4.000 \left( \frac{13}{WI} \right)^{0,5} \text{ para moinho de bolas}$$

Calcula-se, então, a relação de redução pela equação seguinte.

$$R_r = \left( \frac{F_{80}}{P_{80}} \right) \quad (9)$$

Calcula-se, então, o valor de EF4 a partir da equação:

$$EF_4 = \frac{R_r + (WI - 7) + \left( \frac{F - F_0}{F_0} \right)}{R_r} \quad (10)$$

EF5 – Para material fino: Quando o produto esperado é mais fino que os 80% passantes em 74 µm padronizados por Bond, é aplicado o fator dado pela equação a seguir.

$$EF_5 = \left( \frac{p_{80} + 10,3}{1,145P_{80}} \right) \quad (11)$$

EF6 - Relação de redução em moinho de barras: É o fator aplicado a moinhos de barras, em circuito aberto, sempre que a relação de redução estiver fora do intervalo:

$$R_{r0} - 2 < R_r < R_{r0} + 2$$



Sendo:

-  $R_{r0}$  a relação de redução ótima;

$$R_{r0} = 8 + \left( \frac{5L_b}{D} \right) \quad (12)$$

-  $L_b$  o comprimento das barras;

-  $D$  o diâmetro do moinho interno ao revestimento;

-  $R_r$  a relação de redução esperada.

O fator é, então, calculado a partir da equação a seguir:

$$EF_6 = 1 + \frac{(R_r - R_{r0})^2}{150} \quad (13)$$

EF7 – Este fator é aplicado quando a relação de redução é inferior a 6, num moinho de bolas. É dado pela equação a seguir:

$$EF_7 = \frac{R_r - 1,22}{R_r - 1,35} \quad (14)$$

EF8 – Fator aplicável à moagem em moinhos de barras, depende da origem da alimentação e do tipo do circuito.

- a) Moinho de barras em circuito simples:  
- EF8 = 1,4 quando a alimentação é proveniente de circuito aberto de britagem e 1,2 quando o circuito de britagem em questão é fechado.
- b) Moinho de barras em circuito barras/bolas:  
- EF8 = 1,2 quando a alimentação é proveniente de circuito aberto de britagem e 1,0 quando o circuito de britagem em questão é fechado.

### 3.4. Modelos de Cominuição

Apesar da ampla utilização do modelo energético de Bond em aplicações industriais, outros pesquisadores continuaram empenhados em encontrar e formular as diversas relações matemáticas que caracterizam o processo de moagem. Como resultado, foram propostos outros modelos, com níveis de precisão e detalhe satisfatórios para aplicações de relevância prática. Entre elas estariam o estudo de circuitos alternativos de processamento, a otimização do desempenho de instalações já existentes e o dimensionamento de outras novas.

Entre os modelos bem-sucedidos, se faz necessária a distinção entre duas classes principais.

- Modelos Fundamentais: são aqueles baseados nas interações físicas entre as partículas e os elementos do moinho. Relacionam as condições físicas do interior do equipamento à fragmentação obtida.

- Modelos Fenomenológicos: consideram o processo de cominuição a partir das granulometrias de alimentação e produto.

### 3.4.1. Modelos Fundamentais

Buscam caracterizar o processo de moagem a partir da física newtoniana, modelando detalhadamente a interação entre os componentes físicos no interior do moinho. Dada a enorme quantidade de fatores levados em consideração, os modelos fundamentais se caracterizam pela grande necessidade de grande capacidade computacional. Em 1989, Radziszewski *et al.* reduziram a demanda de processamento a partir da divisão do moinho em zonas de impacto, abrasão e baixa ação.

### 3.4.2. Modelos Fenomenológicos

São modelos que buscam prever a distribuição granulométrica do produto a partir da distribuição granulométrica da alimentação, das propriedades de quebra do minério em questão e da experiência em operações similares. São os chamados modelos de caixa preta, conhecidos como "*Black Box Models*" ou *BBMs*.

As variáveis envolvidas neste tipo de modelamento são:

P = distribuição granulométrica do produto;

f = distribuição granulométrica da alimentação;

b = matriz ou vetor normalizado de quebra do minério;

m = fatores relacionados ao equipamento;

s = condições operacionais, incluindo vazão de alimentação;

C = conjunto de parâmetros derivados experimentalmente de operações similares.

$$P = F(f, b, m, s, C) \quad (15)$$

A apresentação de alguns conceitos se faz necessária para a compreensão do processo de cominuição pelos modelos fenomenológicos.

- Função Seleção ou Taxa de Quebra: representa a velocidade de cominuição ou a frequência dos eventos de fragmentação para recortes específicos de granulometria. É determinada pela relação entre a massa cominuída e a massa inicial de retido em uma determinada faixa granulométrica.

- Função Quebra ou Função Distribuição de Quebra (Função de aparência): usada para descrever as características de quebra de um minério quando submetido a uma

certa descarga de energia (impacto). Relaciona-se com o formato da distribuição granulométrica resultante e depende tanto das características do minério quanto da maneira com que a energia é aplicada.

- Função Classificação: classifica cada fração granulométrica após um evento de quebra e antes do evento posterior. É a função encarregada de decidir quais partículas são finas ou grossas e, conseqüentemente, quais seguem para o próximo evento de fragmentação (grossas) e quais são descarregadas (finas).

A representação das variáveis pode ser feita por funções contínuas ou pela notação vetorial com preferência pela última, uma vez que funções analíticas não têm obtido sucesso nesse tipo de aplicação e aumentam a complexidade aparente dos modelos. A notação vetorial também facilita a representação de fatores discriminados por faixa granulométrica.

As duas variações dessa classe de modelos com maior difusão industrial são o Modelo Cinético e o Modelo do Misturador Perfeito. Apesar da rivalidade acadêmica, MORRELL; STERNS e WELLER confirmaram em 1993 que, para determinadas condições assumidas, ambos as abordagens convergem para modelos comuns.

#### Modelo do Balanço Populacional (PBM)

Desenvolvido por Epstein em 1947 e continuamente aperfeiçoado por outros autores, é um modelo de taxa de primeira ordem, definido como aquele onde o produto gerado no interior do moinho por intervalo de tempo depende unicamente da massa da fração granulométrica presente no moinho. Cada fração apresentará, então, uma constante própria representando sua taxa de desaparecimento  $K_i$ , utilizada para calcular sua taxa de quebra. A massa moída é obtida pela equação a seguir:

$$\text{Massa Moída} = K_i S_i \quad (16)$$

Onde:

$K_i$  = taxa de quebra (/h);

$S_i$  = massa da  $i$ -ésima fração granulométrica no interior do moinho (kg).

O parâmetro  $K_i$  pode ser determinado a partir de ensaios em laboratório ou retro calculado.

A premissa da quebra de primeira ordem, ao mesmo tempo, traz a grande vantagem de simplificar o modelo e a desvantagem de limitar sua aplicação a faixas de operação menos extensas. Se a quantidade de partículas for muito superior ou inferior ao número de impactos, a premissa de primeira ordem não será válida.

O PBM apresenta dois parâmetros principais a partir dos quais pode ser definido o balanço de massa. O primeiro se refere à taxa de quebra de uma faixa determinada de tamanho na alimentação, já o segundo se refere à fração de uma faixa granulométrica superior que, após a quebra, retorna à faixa granulométrica inferior.

O balanço de massas pode ser, então, definido pela equação a seguir:

$$f_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j S_j = p_i + k_i S_i \quad (17)$$

Onde:

- $f_i$  = vazão de sólidos correspondente à i-ésima faixa granulométrica da alimentação do moinho (em t/h);
- $p_i$  = vazão de sólidos correspondente à i-ésima faixa granulométrica do produto do moinho (em t/h).
- $b_{ij}$  = função distribuição de quebra, correspondente a fração da j-ésima faixa granulométrica, que aparece na i-ésima faixa granulométrica devido à fragmentação;
- $k_j$  = função taxa de quebra correspondente à j-ésima fração granulométrica (h<sup>-1</sup>);
- $S_j$  = massa da carga no interior do moinho, correspondente à j-ésima fração granulométrica (t).

Para estimar a distribuição do produto de um moinho a equação acima pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$p_i = f_i - k_i S_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j S_j \quad (18)$$

Os parâmetros  $p_i$ ,  $f_i$  e  $s_i$  podem ser encontrados através de amostragens e, com base em uma função representativa do minério em questão para  $b_{ij}$ , pode-se calcular diretamente um conjunto de valores  $k_i$ , a partir da faixa granulométrica superior.

O principal modelo utilizado atualmente na modelagem de circuitos industriais de moagem foi desenvolvido a partir do PBM por Whiten, na Austrália. É o chamado Modelo de Misturador Perfeito (*Perfect Mixing Model*) ou PMM, que será discutido em detalhes na próxima seção.

#### Modelo do Misturador Perfeito (PMM)

O Modelo do Misturador Perfeito ou PMM, proposto por Whiten em 1976, pode ser considerado um caso particular do PBM e, atualmente, é o principal modelo empregado em modelagem de circuitos industriais de moagem.

Apesar de basear-se, também, no balanço de massas para cada faixa granulométrica e no equilíbrio entre os fluxos de entrada e saída, Whiten considera o moinho um misturador perfeito, de maneira que elimina as complexidades ligadas a estabelecer um tempo de residência para cada faixa granulométrica no interior do equipamento.

O modelo de Whiten (PMM) apresenta as mesmas vantagens e limitações inerentes às simplificações introduzidas no PMB, entretanto, o modelo é largamente utilizado em ambientes industriais (desde que as mudanças nas condições estejam contidas em uma faixa relativamente estreita de operação). São fartas as referências em literatura a melhorias no desempenho de circuitos industriais de moagem resultantes de sua aplicação.

Uma vez que o modelo propõe um moinho perfeitamente misturado, a carga alimentada pode ser diretamente relacionada ao produto a partir de uma taxa de descarga ( $d_i$ ) para cada faixa granulométrica.

$$p_i = d_i s_i \quad (19)$$

O balanço de massas para cada faixa granulométrica é então dado pela equação 20 abaixo. Note que Whiten usa termos diferentes para a taxa de quebra e para a função distribuição, respectivamente  $r_i$  e  $a_{ij}$ .

$$f_i + \sum_{j=1}^i r_j s_j a_{ij} = p_i + r_i s_i \quad (20)$$

Subtraindo-se a condição de  $j$  igual a  $i$  na somatória da massa proveniente da fragmentação de frações mais grossas que a considerada, chega-se à forma mais comum da equação básica do PMM (DELBONI JR., 2012),

$$f_i - p_i + \sum_{j=1}^{i-1} r_j s_j a_{ij} - r_i s_i (1 - a_{ii}) = 0 \quad (21)$$

Onde:

- $f_i$  = taxa de alimentação em cada faixa granulométrica;
- $p_i$  = taxa de descarga do moinho em cada faixa granulométrica;
- $s_i$  = conteúdo interno do moinho em cada faixa granulométrica;
- $a_{ij}$  = fração retida na malha  $i$  proveniente da malha  $j$ , após um evento de fragmentação;
- $r_i$  corresponde à frequência desses eventos para a  $i$ -ésima faixa granulométrica.

Segundo Napier-Munn et al. (1996) uma limitação de ordem prática importante, sob o ponto de vista da modelagem matemática, é a impossibilidade de se quantificar diretamente a distribuição granulométrica do minério contido na câmara interna dos moinhos.

Corrigindo as equações (19) e (21) para que permitam a aplicação em moinhos, possibilitando a normalização dos parâmetros de taxa de quebra e descarga, temos:

$$f_i - p_i \left( 1 + \frac{r_i}{d_i} (1 - a_{ii}) \right) + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \left( \frac{r_i}{d_i} \right) p_i = 0 \quad (22)$$

Percebe-se que a relação entre a taxa de quebra ( $r_i$ ) e a de descarga ( $d_i$ ) torna-se parâmetro principal no funcionamento do modelo, de maneira que a determinação das distribuições granulométricas de alimentação e descarga, assim como de uma função de quebra representativa, tornam-se essenciais à adequação do modelo.

O quociente  $r/d$  pode ser normalizado com a divisão deste pelo tempo de médio de residência das partículas no interior do moinho, obtido a partir da divisão a seguir:

$$\frac{D^2 L}{4Q} \quad (23)$$

Onde:

$D$  = diâmetro do moinho (m);

$L$  = comprimento interno ao revestimento (m);

$Q$  = vazão volumétrica de alimentação ( $\text{m}^3/\text{h}$ ).

O parâmetro normalizado pode, então, ser corrigido por fatores de escala para diversos efeitos, como o diâmetro e massa de bolas, diâmetro do moinho, grau de enchimento, velocidade em porcentagem da velocidade crítica, efeitos de variação das características de moabilidade (WI). (DELBONI JR., 2012)

### 3.5. Classificação

Com a diminuição do tamanho de partícula resultante dos processos finais de cominuição, precisamente os processos de moagem, o peneiramento passa a ser pouco eficiente para o controle de tamanho do produto, uma vez que, quanto menor seu raio, mais suscetível uma partícula ao carregamento hidrodinâmico ou mesmo à suspensão. A classificação faz uso deste comportamento para separar partículas a partir de sua velocidade de sedimentação em meio fluído, no caso da mineração, geralmente, a água.

Classificadores têm grande influência na operação de circuitos de moagem, uma vez que interferem diretamente na carga circulante e determinam a granulometria dos produtos. São também menores e mais baratos, de maneira que é mais simples e prático realizar alterações de desempenho nos circuitos diretamente pela alteração dos equipamentos de classificação, em contraponto a alterações aos moinhos.

São dois os equipamentos classificadores de utilização predominante na indústria mineral: hidrociclones e classificadores espirais. Os primeiros vêm, entretanto, tomando cada vez mais o espaço dos classificadores espirais em função de vantagens listadas a seguir.

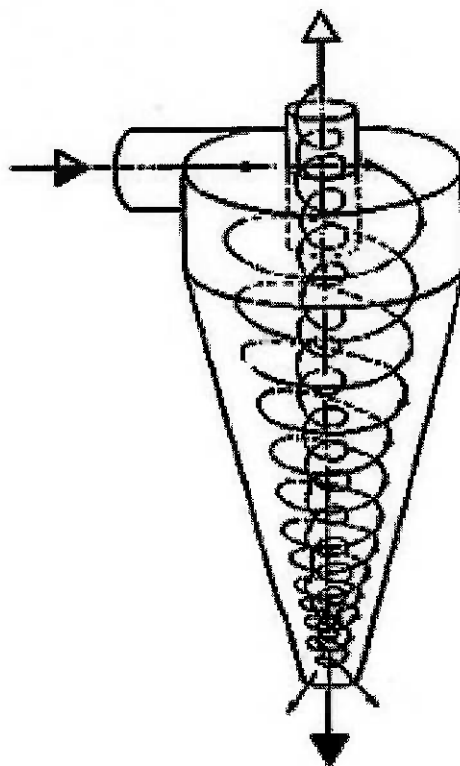
São vantagens dos hidrociclones:

- Capacidade elevada em relação ao volume área ocupados;
- Controle operacional relativamente simples;

- Operação em faixas granulométricas muito finas;
- Baixo custo de investimento;
- Alta disponibilidade.

No processo de ciclonagem, polpa pressurizada é forçada por uma entrada (*inlet*) tangencial à parte interna de uma carcaça cilíndrica com saídas superior e inferior, adquirindo movimento rotacional. O estrangulamento inferior força parte do líquido para cima, gerando um fluxo central ascendente que carrega consigo a parte mais fina da alimentação, menos suscetível a forças tangenciais e mais propensa ao carregamento. Pela saída inferior (*apex*) flui a fração mais grossa (*underflow*).

Figura 8. Esquemática de Um Hidrociclone.



(Fonte: <http://www.scielo.br/img/revistas/bjce/v22n1/a15fig01.gif>)

O aparecimento de aceleração radial (centrífuga) ocorre em função do movimento rotacional do fluxo de polpa, de maneira que partículas mais grossas ou densas tendem a se encaminhar às camadas mais externas do vórtice e são descarregadas em um movimento de espiral descendente pelo *apex*, constituindo o *underflow*. Já as partículas menores e mais leves se concentram na região central, mais distante das paredes, e são arrastadas pelo fluxo ascendente, constituindo o *overflow*. O diâmetro para o qual seja passante 95% da massa do overflow é definido como o diâmetro de corte ou  $d_{95}$ . (CHAVES, 2012)



O desempenho de um ciclone e as características de corte de um ciclone são definidos por suas dimensões físicas e condições de operacionais.

#### Diâmetro:

Define a capacidade do equipamento. Quanto maior o diâmetro, maior a capacidade, assim como o diâmetro de corte.

#### Área do Inlet:

Assim como o diâmetro, quando maior esta área, maior a capacidade.

#### Comprimento da Seção Cilíndrica e Ângulo da Seção Cônica:

A diminuição do ângulo da seção cônica, assim como o aumento da seção cilíndrica, aumenta o tempo de residência e, conseqüentemente, diminuem o diâmetro de corte e aumentam a eficiência.

#### Diâmetro do Vortex:

Possibilita regular a capacidade e o diâmetro de corte do ciclone.

#### Diâmetro do Apex:

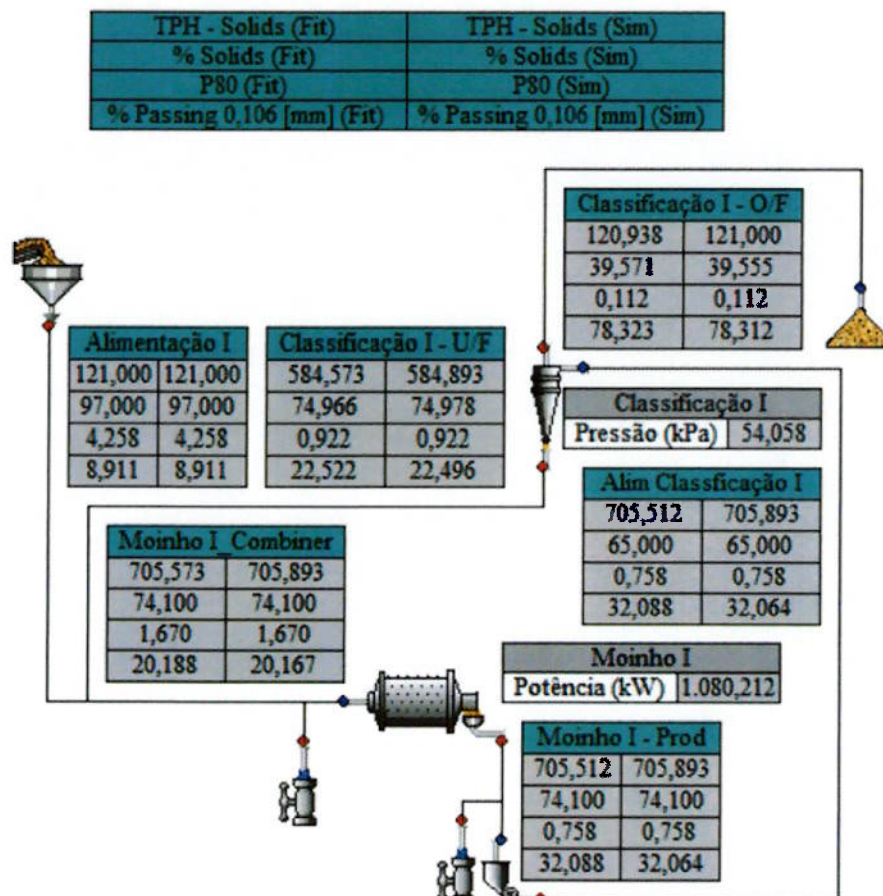
Além de influenciar o diâmetro de corte, interfere na eficiência do processo de ciclonagem, uma vez que diâmetros muito maiores ou muito menores do que o adequado ao fluxo levam, respectivamente, a uma perda de material fino pelo *underflow* ou ao envio de partículas grossas ao *overflow (by pass)*.



## 4. Método

Arquivos contendo dados amostrados em planta industrial foram alimentados ao software de simulação (JKSimMet) e calibrados para a composição do caso base apresentado a seguir:

Figura 9. Balanço de Massas do Caso Base Calibrado



(Reprodução do software JKSimMet)

A partir do caso base, o trabalho foi dividido em duas etapas. Na primeira foram simuladas variações, dentro de amplitudes consideradas usuais, para diferentes variáveis do processo. O efeito de cada mudança foi, então, monitorado a partir da comparação com parâmetros de referência do caso base.

Foram eles:

- A razão de vazão volumétrica no moinho;
- A carga circulante em porcentagem da alimentação;
- O WI operacional;
- A eficiência de classificação;
- A malha correspondente a 80% passante no produto (P<sub>80</sub>).

As variáveis analisadas são apresentadas a seguir:

Na moagem:

- Porcentagem de sólidos na alimentação;
- Tamanho dos corpos moedores;
- Velocidade de rotação.

Na ciclonagem:

- Porcentagem de sólidos na alimentação;
- Diâmetro de apex;
- Diâmetro de vortex.

Na segunda etapa, a partir de conclusões baseadas na análise anterior, foram propostas e simuladas mudanças nas variáveis operacionais do circuito, a fim de melhorar a qualidade (porcentagem passante em malha de 106 $\mu$ m) da produção e sua taxa em toneladas por hora.

**Tabela 1: Parâmetros de Interesse no Caso Base**

| Parâmetro de interesse               | Caso Base            |
|--------------------------------------|----------------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 498m <sup>3</sup> /h |
| Carga Circulante                     | 483%                 |
| WI Operacional                       | 11,60Kwh/ton.        |
| Eficiência de Classificação          | 41,9%                |
| P <sub>80</sub>                      | 0,112mm              |

(Elaboração Própria)

**Tabela 2: Variáveis de Análise no Caso Base**

| Variáveis de Análise                            | Caso Base |
|---|-----------|
| Porcentagem de Sólidos na Alimentação (moinho)  | 74,1%     |
| Porcentagem de Sólidos na Alimentação (ciclone) | 65%       |
| Tamanho dos Corpos Moedores                     | 75mm      |
| Velocidade de Rotação (moinho)                  |           |
| Diâmetro do Apex                                | 110mm     |
| Diâmetro do Vortex                              | 140mm     |

(Elaboração Própria)

## 5. Estudo de Caso

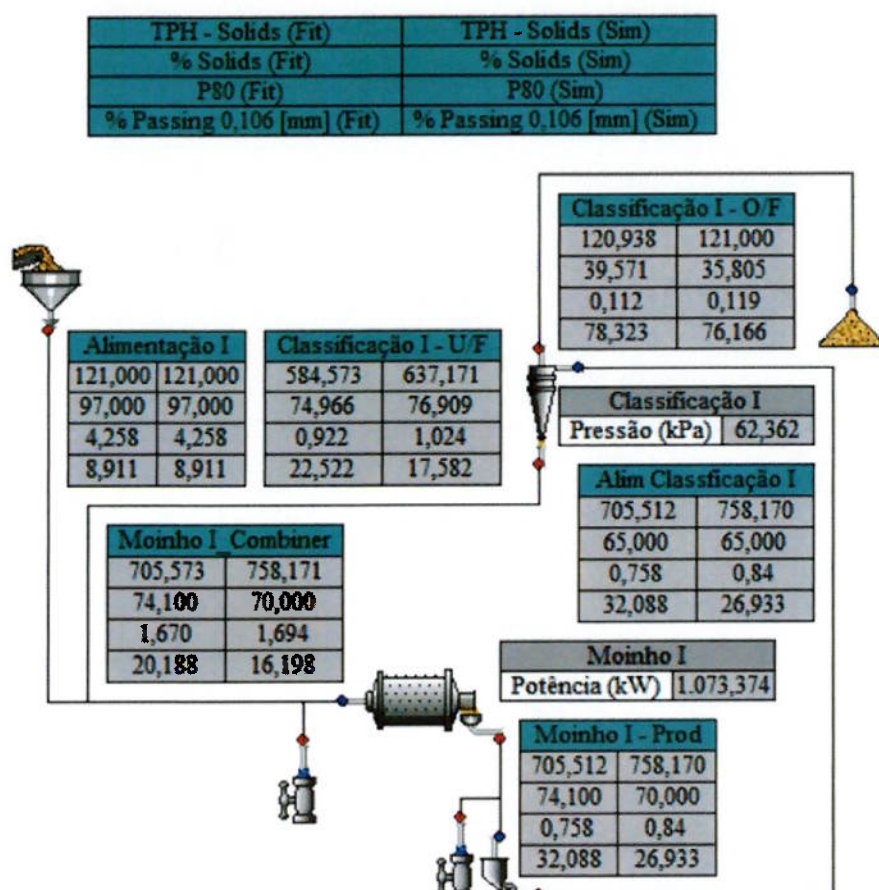
### 5.1. Primeiro Grupo de Simulações – Variáveis relativas ao moinho.

#### 5.1.1. Porcentagem de Sólidos na Alimentação

##### Diminuição

A porcentagem de sólidos na alimentação do moinho foi diminuída em 4.1%, resultando numa diminuição do tempo de residência. Como consequência foram observados o aumento tanto da vazão volumétrica quanto da granulometria do P<sub>80</sub>, além de uma melhora na eficiência de classificação.

Figura 10. Balanço de Massas - Diminuição da Porcentagem de Sólidos na Alimentação do Moinho



(Reprodução do software JKSimMet)

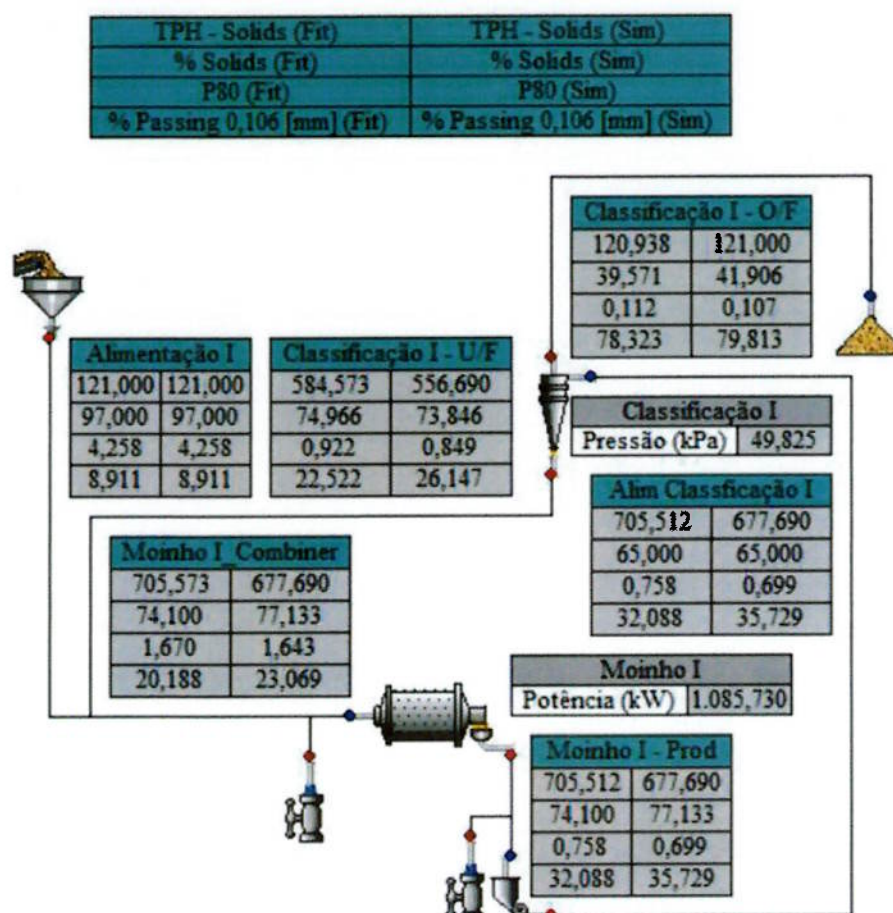
| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise      | Caso Base            |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 596m <sup>3</sup> /h | 498m <sup>3</sup> /h |
| Carga Circulante                     | 526%                 | 483%                 |
| WI Operacional                       | 11,62 KWh/ton.       | 11,60Kwh/ton.        |
| Eficiência de Classificação          | 45,1%                | 41,9%                |
| P <sub>80</sub>                      | 0,119mm              | 0,112mm              |

Tabela 3: Parâmetros de Interesse - Diminuição da Porcentagem de Sólidos na Alimentação do Moinho  
(Elaboração Própria)

## Aumento

A porcentagem de sólidos na alimentação do moinho foi aumentada de 74.1% para 78,2%, resultando num aumento do tempo de residência. Como consequência foram observadas a diminuição tanto da vazão volumétrica quanto da granulometria do P<sub>80</sub>, além de uma piora na eficiência de classificação.

Figura 11. Balanço de Massas - Aumento da Porcentagem de Sólidos na Alimentação do Moinho



(Reprodução do software JKSimMet)



| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise | Caso Base     |
|--------------------------------------|-----------------|---------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 443m³/h         | 498m³/h       |
| Carga Circulante                     | 460%            | 483%          |
| WI Operacional                       | 11,03 KWh/ton.  | 11,60Kwh/ton. |
| Eficiência de Classificação          | 38,9%           | 41,9%         |
| P <sub>80</sub>                      | 0,107mm         | 0,112mm       |

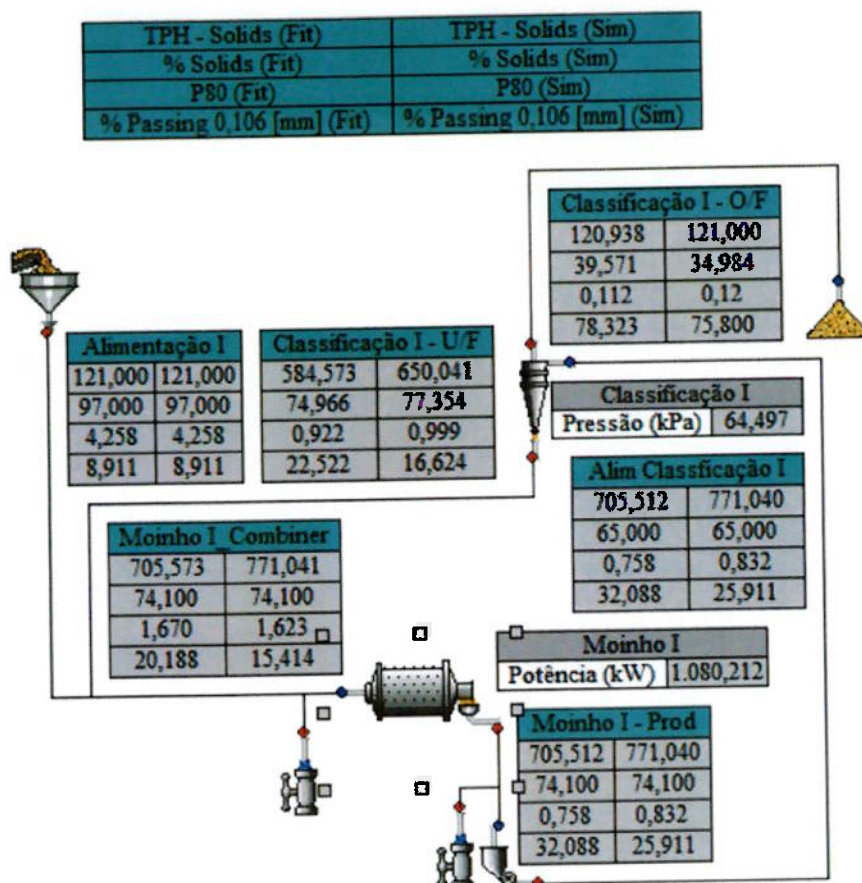
Tabela 4: Parâmetros de Interesse - Aumento da Porcentagem de Sólidos na Alimentação do Moinho  
(Elaboração Própria)

### 5.1.2. Diâmetro dos Corpos Moedores

#### Aumento

O aumento do diâmetro dos corpos moedores, de 75mm para 85mm, resultou numa diminuição da taxa de quebra das frações mais grossas, levando a um aumento da malha de P<sub>80</sub>, da vazão volumétrica e da carga circulante no moinho. Novamente, ocorreu melhora significativa da eficiência de classificação com o aumento da granulometria média.

Figura 12. Balanço de Massas - Aumento do Diâmetro de Bolas



(Reprodução do software JKSImMet)

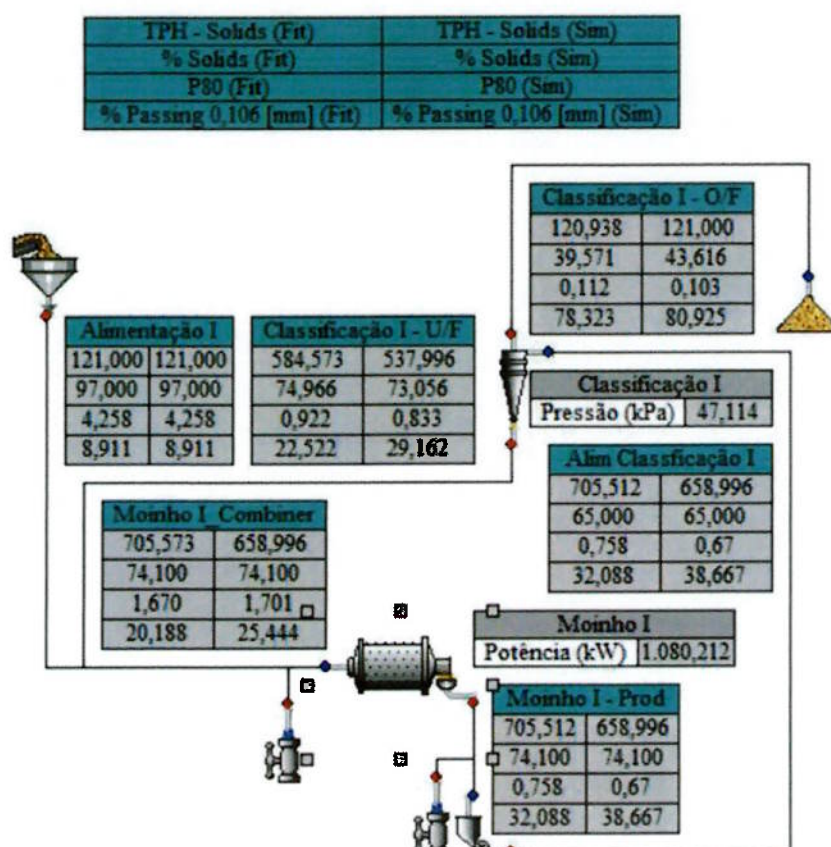
| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise      | Caso Base            |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 545m <sup>3</sup> /h | 498m <sup>3</sup> /h |
| Carga Circulante                     | 537%                 | 483%                 |
| WI Operacional                       | 11,75 KWh/ton.       | 11,60Kwh/ton.        |
| Eficiência de Classificação          | 45,9%                | 41,9%                |
| P <sub>80</sub>                      | 0,120mm              | 0,112mm              |

Tabela 5: Parâmetros de Interesse – Aumento do Diâmetro de Bolas  
(Elaboração Própria)

## Diminuição

A diminuição do diâmetro dos corpos moedores, de 75mm para 65mm, resultou numa diminuição da malha de P<sub>80</sub>, além de uma diminuição na taxa de vazão volumétrica do moinho. A diminuição da granulometria do produto levou, também, a uma diminuição da carga circulante e à diminuição da eficiência de classificação em comparação com o caso base.

Figura 12. Balanço de Massas - Aumento do Diâmetro de Bolas



(Reprodução do software JKSimMet)

| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise      | Caso Base            |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 545m <sup>3</sup> /h | 498m <sup>3</sup> /h |
| Carga Circulante                     | 537%                 | 483%                 |
| WI Operacional                       | 11,75 KWh/ton.       | 11,60Kwh/ton.        |
| Eficiência de Classificação          | 45,9%                | 41,9%                |
| P <sub>80</sub>                      | 0,120mm              | 0,112mm              |

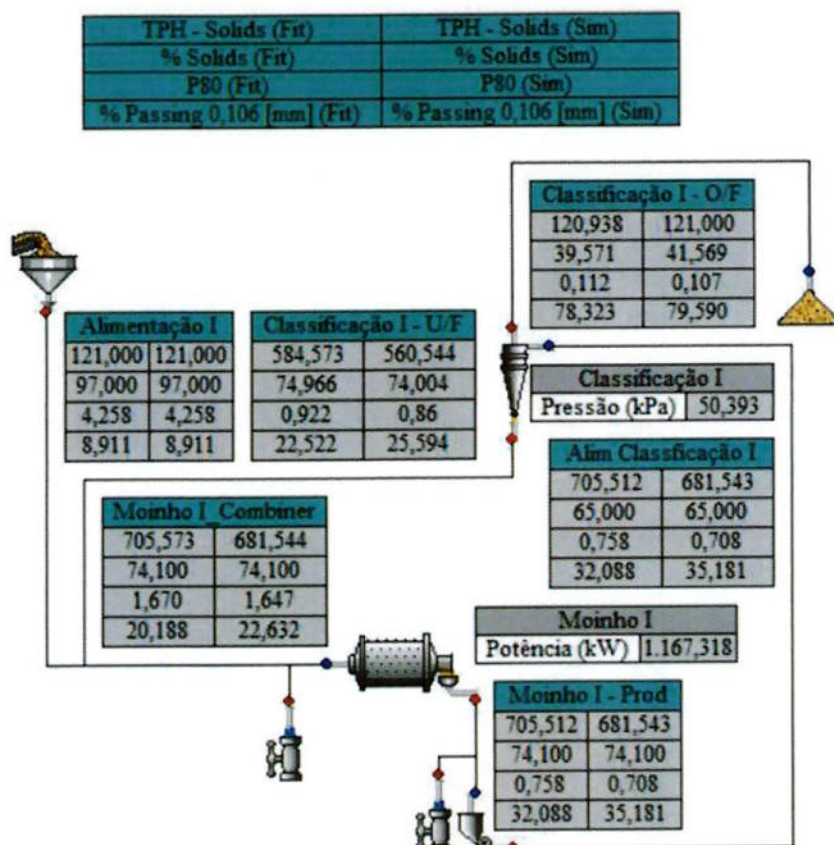
Tabela 6: Parâmetros de Interesse – Diminuição do Diâmetro de Bolas  
(Elaboração Própria)

### 5.1.3. Velocidade de Rotação

#### Aumento

O aumento da velocidade de rotação levou à diminuição da malha de P<sub>80</sub> (melhora de especificação do produto), a um custo comparativamente baixo quando levado em consideração o aumento de 0,23Kwh/ton. no WI operacional. É importante frisar, no entanto, que a variação da velocidade de um moinho pode não ser um processo simples ou barato, uma vez que depende da instalação de um inversor de potência ou da troca da coroa.

Figura 12. Balanço de Massas - Aumento do Diâmetro de Bolas



(Reprodução do software JKSimMet)



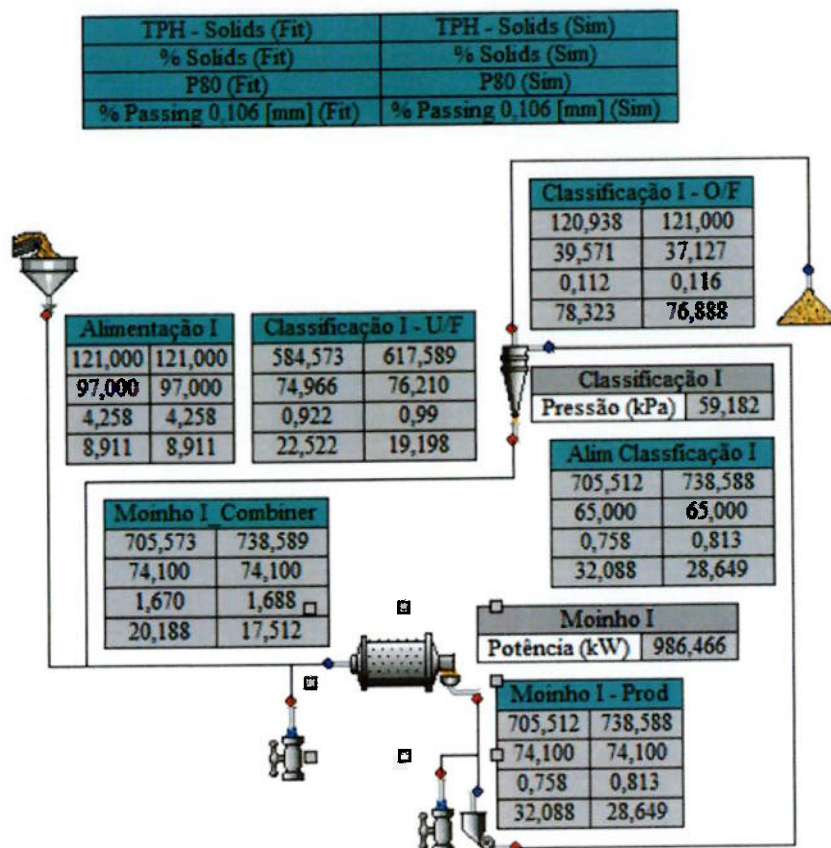
| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise      | Caso Base            |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 482m <sup>3</sup> /h | 498m <sup>3</sup> /h |
| Carga Circulante                     | 463%                 | 483%                 |
| WI Operacional                       | 11,83 KWh/ton.       | 11,60Kwh/ton.        |
| Eficiência de Classificação          | 40,1%                | 41,9%                |
| P <sub>80</sub>                      | 0,107mm              | 0,112mm              |

Tabela 7: Parâmetros de Interesse – Aumento da Velocidade de Rotação  
(Elaboração Própria)

### Diminuição

A diminuição da velocidade de rotação levou a um aumento da malha de P<sub>80</sub> e, conseqüentemente, ao aumento da carga circulante e vazão volumétrica. Observou-se também a diminuição do WI operacional e uma melhora na eficiência de classificação.

Figura 12. Balanço de Massas - Aumento do Diâmetro de Bolas



(Reprodução do software JKSimMet)

| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise      | Caso Base            |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 522m <sup>3</sup> /h | 498m <sup>3</sup> /h |
| Carga Circulante                     | 510%                 | 483%                 |
| WI Operacional                       | 10,52 KWh/ton.       | 11,60Kwh/ton.        |
| Eficiência de Classificação          | 43,9%                | 41,9%                |
| P <sub>80</sub>                      | 0,116mm              | 0,112mm              |

Tabela 8: Parâmetros de Interesse – Diminuição da Velocidade de Rotação  
(Elaboração Própria)



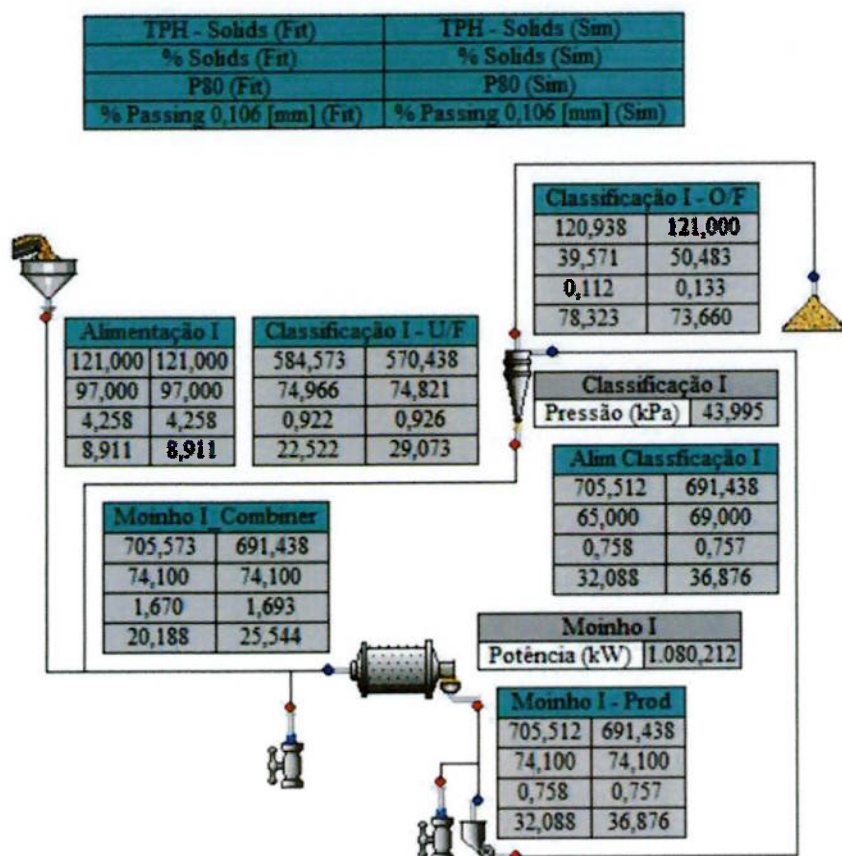
## 5.2. Segundo Grupo de Simulações – Variáveis relativas à classificação.

### 5.2.1. Porcentagem de Sólidos na Alimentação

#### Aumento

O aumento da porcentagem de sólidos na alimentação dos ciclones dificulta a mobilidade e diferenciação das partículas, de maneira que a mudança deste parâmetro para 69% (a concentração de sólidos no caso base é de 65%), ou seja, um aumento de 4%, teve grande impacto sobre o funcionamento do circuito. Observou-se um aumento expressivo do WI operacional e da malha de  $P_{80}$ , além de impactos negativos para a eficiência de classificação.

Figura 12. Balanço de Massas - Aumento do Diâmetro de Bolas



(Reprodução do software JKSimMet)

Tabela 9: Parâmetros de Interesse – Aumento da Porcentagem de Sólidos na Alimentação da Classificação

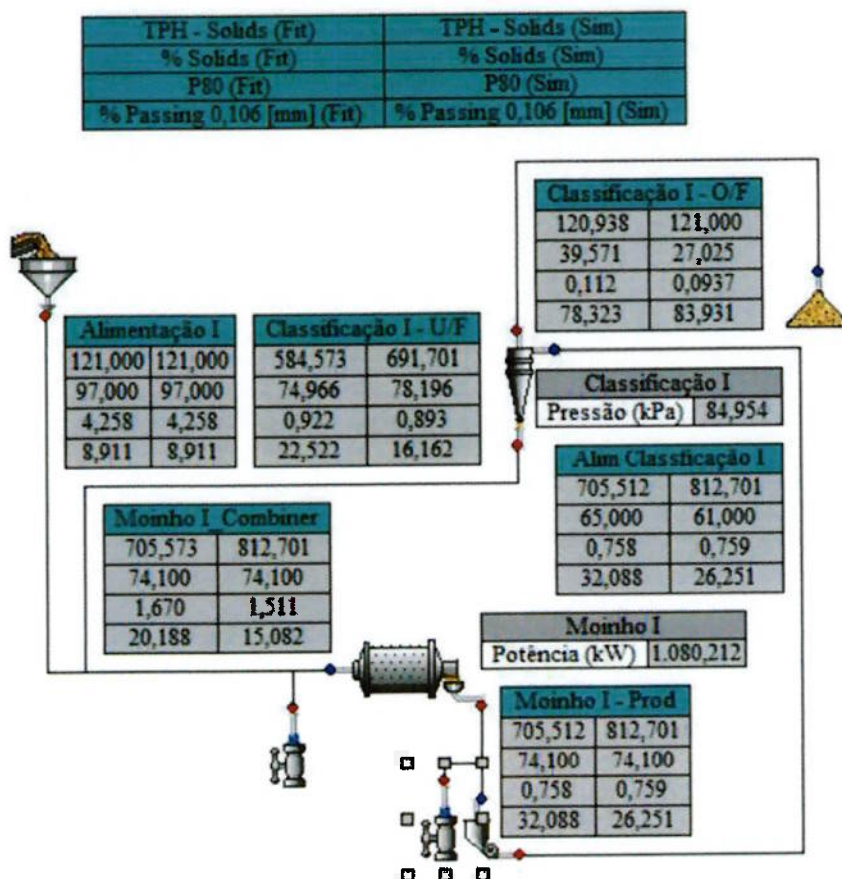
| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise | Caso Base     |
|--------------------------------------|-----------------|---------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 499m³/h         | 498m³/h       |
| Carga Circulante                     | 471%            | 483%          |
| WI Operacional                       | 12,50 KWh/ton.  | 11,60Kwh/ton. |
| Eficiência de Classificação          | 35%             | 41,9%         |
| $P_{80}$                             | 0,133mm         | 0,112mm       |

(Elaboração Própria)

## Diminuição

A diminuição da porcentagem de sólidos na classificação, por sua vez, aumenta a separação e facilita a mobilidade das partículas, trazendo um ganho de eficiência. Observa-se, no entanto, o aumento da vazão volumétrica do moinho e de sua carga circulante, uma vez que uma parte maior da massa alimentada deixa de ser carregada pelo overflow e é realimentada ao circuito.

**Figura 17. Balanço de Massas – Diminuição da Porcentagem de Sólidos na Alimentação da Classificação**



(Reprodução do software JKSimMet)

**Tabela 10: Parâmetros de Interesse – Diminuição da Porcentagem de Sólidos na Alimentação da Classificação**

| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise | Caso Base     |
|--------------------------------------|-----------------|---------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 574m³/h         | 498m³/h       |
| Carga Circulante                     | 572%            | 483%          |
| WI Operacional                       | 10,15 KWh/ton.  | 11,60Kwh/ton. |
| Eficiência de Classificação          | 48%             | 41,9%         |
| P <sub>80</sub>                      | 0,094mm         | 0,112mm       |

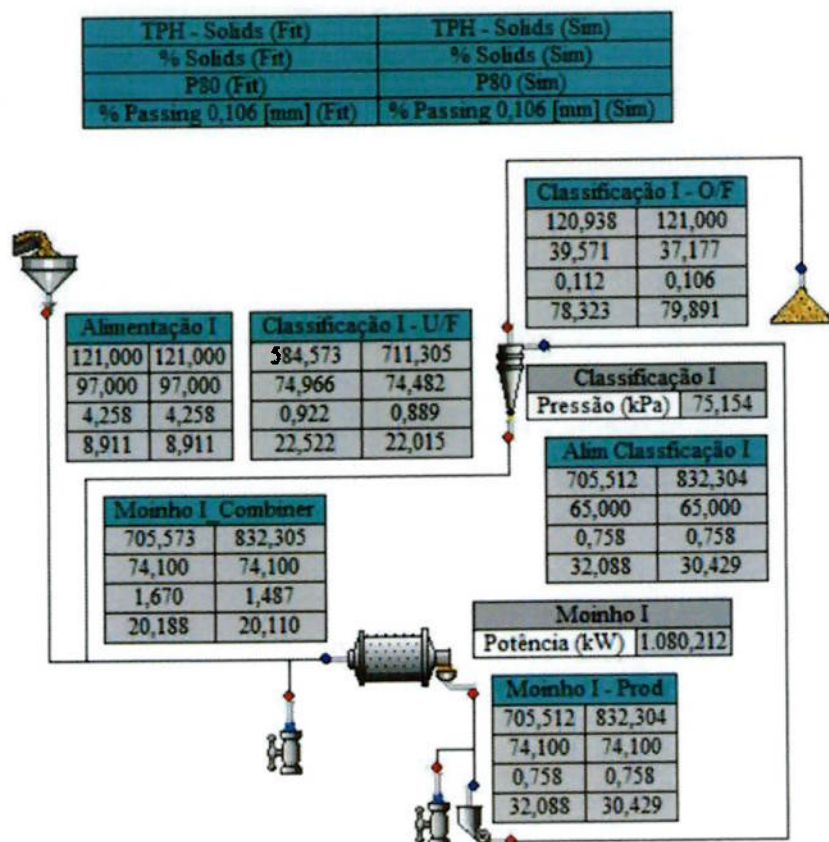
(Elaboração Própria)

## 5.2.2. Diâmetro do Apex

### Abertura

A abertura do apex permite maior vazão, de maneira que menos material é encaminhado para o overflow e o diâmetro de corte diminui. A troca da abertura de 110mm por uma de 120mm - próximo diâmetro comercial oferecido para os ciclones Weir-Cavex 500CVX, usados na operação em questão – diminui a malha de P<sub>80</sub>, mas aumenta expressivamente a vazão volumétrica do moinho e sua carga circulante. Também se nota a diminuição da eficiência de classificação.

Figura 18. Balanço de Massas – Abertura do Apex



(Reprodução do software JKSimMet)

Tabela 11: Parâmetros de Interesse – Abertura do Apex

| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise      | Caso Base            |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 588m <sup>3</sup> /h | 498m <sup>3</sup> /h |
| Carga Circulante                     | 588%                 | 483%                 |
| WI Operacional                       | 10,91 KWh/ton.       | 11,60Kwh/ton.        |
| Eficiência de Classificação          | 38%                  | 41,9%                |
| P <sub>80</sub>                      | 0,106mm              | 0,112mm              |

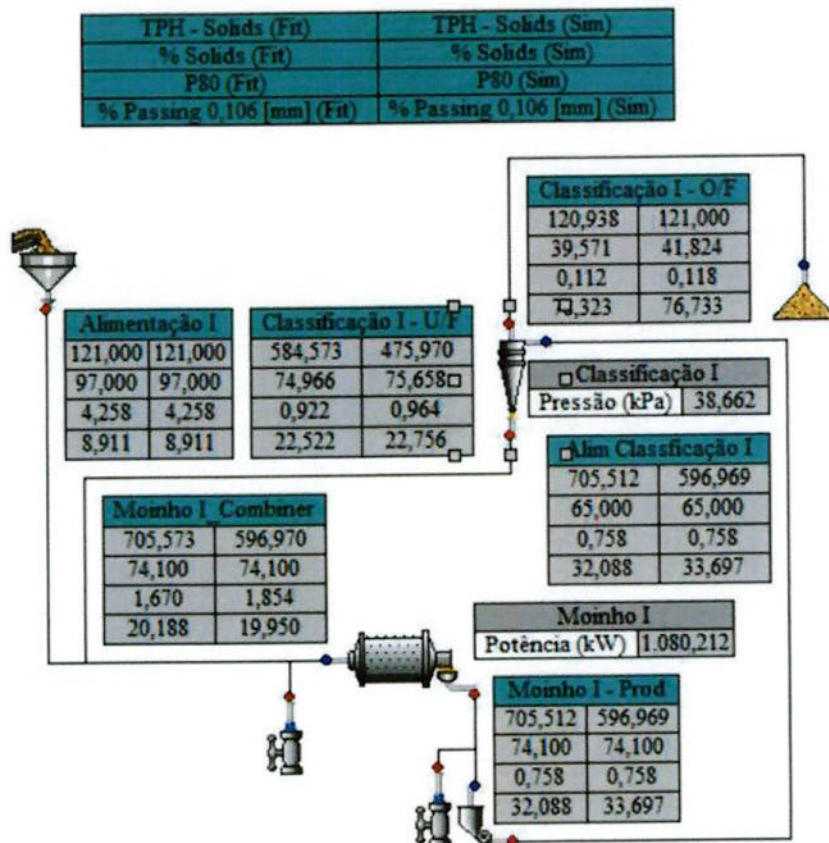
(Elaboração Própria)



## Fechamento

O fechamento do apex estrangula o fluxo do underflow, de maneira que partículas maiores são capturadas pelo vortex ascendente e carregado para o produto. Observa-se um aumento da granulometria de  $P_{80}$ , assim como uma diminuição expressiva da carga circulante e uma melhora da eficiência de classificação.

Figura 19. Balanço de Massas – Fechamento do Apex



(Reprodução do software JKSimMet)

Tabela 12: Parâmetros de Interesse – Fechamento do Apex

| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise      | Caso Base            |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 422m <sup>3</sup> /h | 498m <sup>3</sup> /h |
| Carga Circulante                     | 393%                 | 483%                 |
| WI Operacional                       | 11,60 KWh/ton.       | 11,60Kwh/ton.        |
| Eficiência de Classificação          | 46%                  | 41,9%                |
| $P_{80}$                             | 0,118mm              | 0,112mm              |

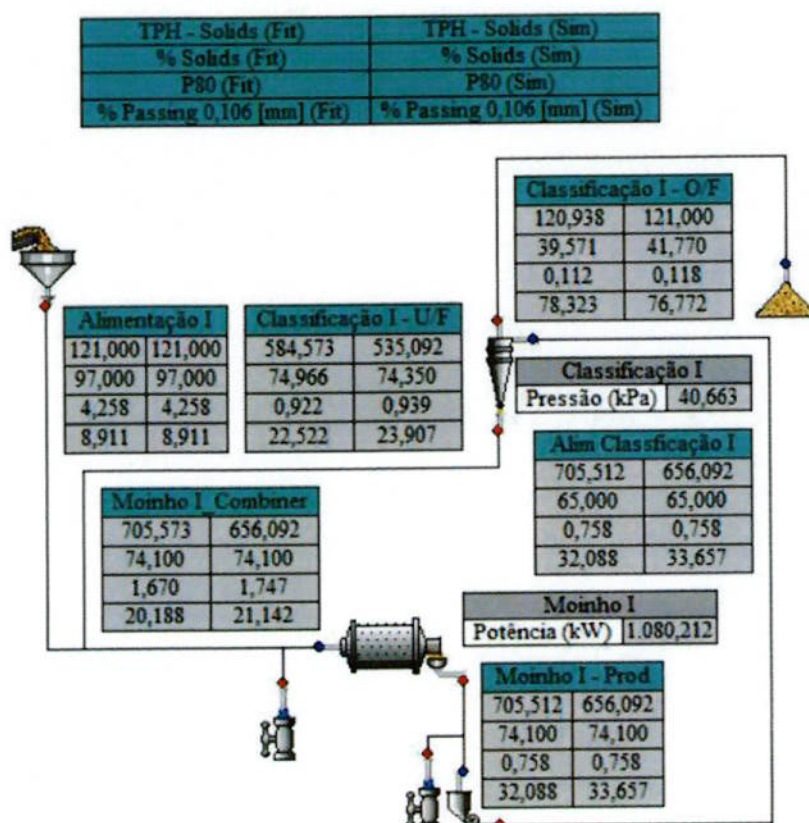
(Elaboração Própria)

### 5.2.3. Diâmetro do Vortex

#### Abertura

A abertura do bocal de vortex permite a saída de partículas mais próximas das paredes do ciclone e, portanto, mais grossas. Observa-se um aumento do diâmetro de corte e uma diminuição da carga circulante. Houve pouco efeito na eficiência de classificação.

Figura 19. Balanço de Massas – Fechamento do Apex



(Reprodução do software JKSimMet)

Tabela 13: Parâmetros de Interesse – Abertura do Vortex

| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise | Caso Base     |
|--------------------------------------|-----------------|---------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 464m³/h         | 498m³/h       |
| Carga Circulante                     | 442%            | 483%          |
| WI Operacional                       | 11,63 KWh/ton.  | 11,60Kwh/ton. |
| Eficiência de Classificação          | 42,0%           | 41,9%         |
| P80                                  | 0,118mm         | 0,112mm       |

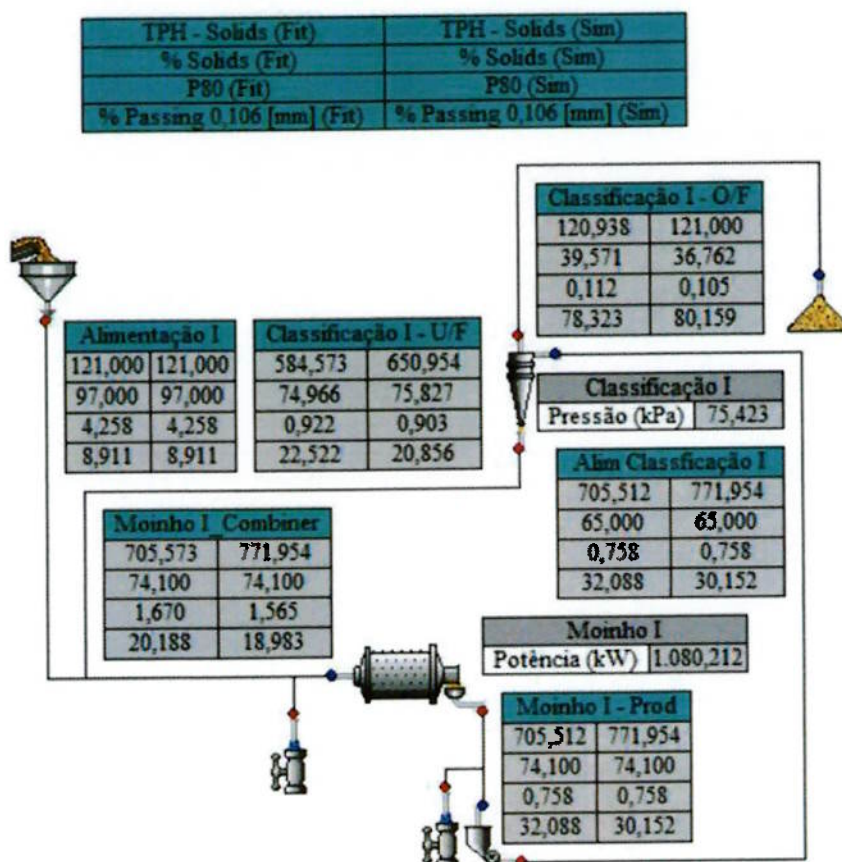
(Elaboração Própria)

## Fechamento

A simulação foi realizada apenas para fins de análise de sensibilidade, uma vez que não há, para os ciclones em questão, oferecimento comercial de bocais vortex finder de diâmetro menor que 140mm (instalados).

O fechamento do bocal de vortex diminuiu o diâmetro de corte e levou a um aumento na recirculação de material, percebida pelos aumentos tanto da carga circulante quanto da taxa de vazão volumétrica do moinho. Houve pouco efeito na eficiência de classificação.

Figura 19. Balanço de Massas – Fechamento do Apex



(Reprodução do software JKSimMet)

Tabela 14: Parâmetros de Interesse – Fechamento do Vortex

| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise | Caso Base     |
|--------------------------------------|-----------------|---------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 545m³/h         | 498m³/h       |
| Carga Circulante                     | 538%            | 483%          |
| WI Operacional                       | 10,85 KWh/ton.  | 11,60Kwh/ton. |
| Eficiência de Classificação          | 41,7%           | 41,9%         |
| P80                                  | 0,105mm         | 0,112mm       |

(Elaboração Própria)

### 5.3. Discussão dos Resultados e Melhorias Propostas

A partir da análise de sensibilidade é notória a persistência de um patamar médio bastante baixo para a eficiência de classificação, entre 35 e 50%. Os resultados das simulações relativas ao processo de moagem mostram que, para todo caso onde houve aumento da malha de  $P_{80}$ , há ganhos na classificação, evidenciando um processo de ciclonagem ajustado para granulometrias mais grossas que o produto alvo (passante em  $106\mu\text{m}$ ). Além disso, é evidente uma melhora expressiva da eficiência da ciclonagem, assim como uma diminuição acentuada da granulometria do produto, quando se diminui a porcentagem de sólidos de alimentação na classificação.

As propostas a seguir buscam, apenas pela manipulação de variáveis operacionais e sem o aporte de investimentos, adequar o funcionamento do circuito de maneira que o produto traga a maior tonelagem possível passante na malha de referência ( $106\mu\text{m}$ ).

#### 5.3.1. Cenário 1 – Alimentação Fixa

Mantendo-se a alimentação de 121 TPH, foi simulada a diminuição dos corpos moedores de 75 para 65mm para que se obtivesse melhor fragmentação do material fino e, por consequência, o a diminuição da carga circulante pelo aumento de overflow na ciclonagem. A otimização do cenário com bolas de 65mm foi, então, atingida por um processo iterativo de fechamento do diâmetro de apex e diminuição da porcentagem de sólidos na classificação até que o ciclone apresentasse descarga em cordão, seguido da abertura do vortex, até que a porcentagem de produto (overflow) passante em  $0,106\mu\text{m}$  fosse máxima (maior tonelagem a alimentação fixa).

Seguem os parâmetros resultantes:

**Diâmetro de bolas: 65mm**

**Porcentagem de sólidos na alimentação da classificação: 55%**

**Diâmetro do vortex: 170mm**

**Diâmetro do apex: 100mm**

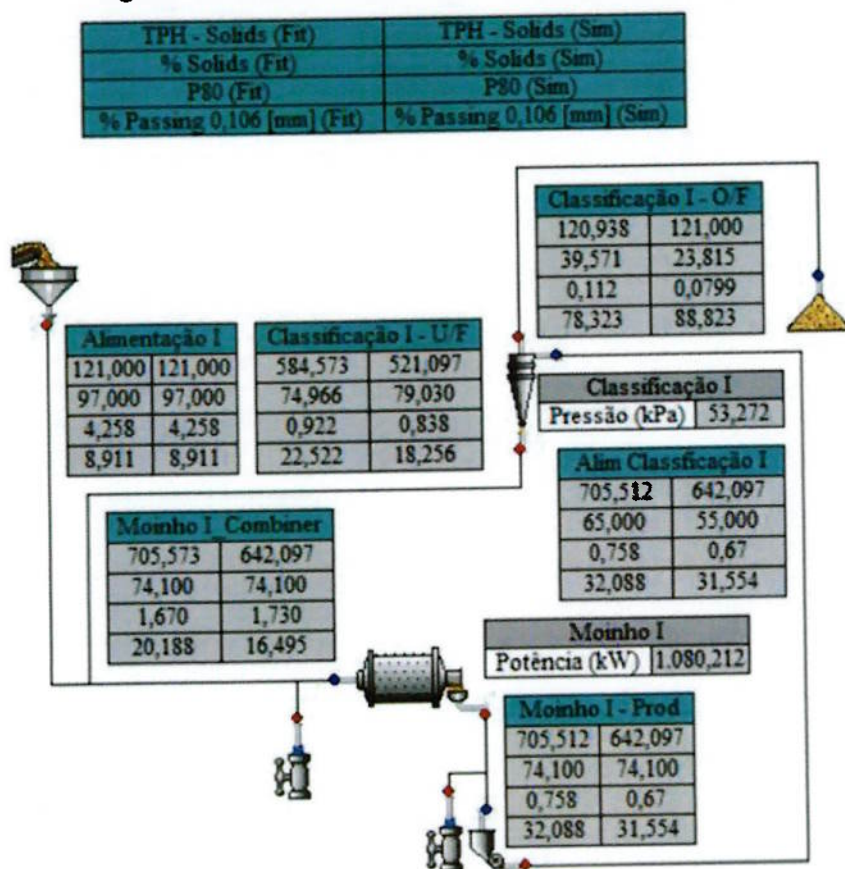
**Tabela 15: Parâmetros de Interesse – Maior Tonelagem Passante em  $106\mu\text{m}$  a Alimentação Constante**

| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise      | Caso Base            |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 454m <sup>3</sup> /h | 498m <sup>3</sup> /h |
| Carga Circulante                     | 431%                 | 483%                 |
| WI Operacional                       | 9,25 KWh/ton.        | 11,60Kwh/ton.        |
| Eficiência de Classificação          | 53,0%                | 41,9%                |
| $P_{80}$                             | 0,080mm              | 0,112mm              |

(Elaboração Própria)



**Figura 19. Balanço de Massas – Fechamento do Apex**



(Reprodução do software JKSimMet)

### 5.3.2. Cenário 2 – Aumento da Alimentação

Com o ganho de eficiência na ciclonagem e a consequente diminuição na carga circulante e vazão volumétrica do moinho, foram simulados aumentos incrementais da alimentação e consequentes ajustes nas variáveis operacionais de classificação até que esses valores voltassem aos patamares do caso base. O objetivo foi, novamente, a maior tonelagem de produto passante na malha de 106  $\mu$ m a partir, somente, da manipulação de variáveis operacionais.

O aumento da carga sólida de alimentação levou os ciclones a operarem em cordão, do que foram necessários sucessivos alívios nos diâmetros de apex e vortex.

Seguem os parâmetros resultantes:

**Diâmetro de bolas: 65mm**

**Porcentagem de sólidos na alimentação da classificação: 55%**

**Diâmetro do vortex: 200mm**

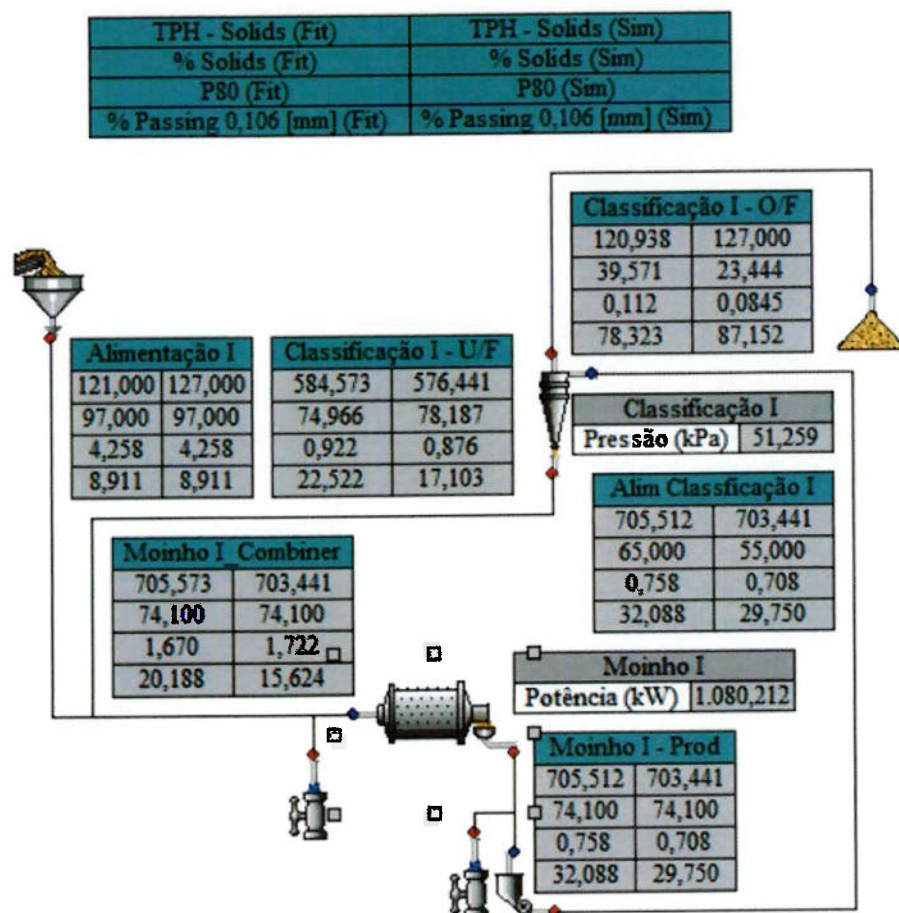
**Diâmetro do apex: 110mm**



| Parâmetro de interesse               | Caso em Análise | Caso Base     |
|--------------------------------------|-----------------|---------------|
| Razão de Vazão Volumétrica no Moinho | 497m³/h         | 498m³/h       |
| Carga Circulante                     | 454%            | 483%          |
| WI Operacional                       | 9,10 KWh/ton.   | 11,60Kwh/ton. |
| Eficiência de Classificação          | 52,9%           | 41,9%         |
| P <sub>80</sub>                      | 0,085mm         | 0,112mm       |

Tabela 15: Parâmetros de Interesse – Maior Tonelagem Passante em 106µm com Aumento da Alimentação  
(Elaboração Própria)

Figura 23. Balanço de Massas – Maior Tonelagem Passante em 106µm com Aumento de Alimentação



(Reprodução do software JKSimMet)

## **6. Conclusão**

Dada a grande variabilidade associadas a ocorrências minerais, cada circuito de tratamento opera em condições bastante particulares, de maneira que esta análise tem validade específica para o caso estudado.

Pela observação do comportamento do circuito, notou-se que o processo de classificação funcionava com baixo rendimento, exibindo melhoras significativas em simulações onde era alimentado com granulometrias médias mais grossas e menores porcentagens de sólidos.

A etapa de aprimoramento pelas variáveis operacionais buscou ajustar o processo de classificação, identificado como um possível gargalo, para que os moinhos trabalhassem com menos carga, possibilitando um aumento na alimentação e produtos mais adequados ao tratamento subsequente (flotação e lixiviação). Percebeu-se que, com a diminuição do diâmetro dos corpos moedores e a consequente maior produção de finos, o processo de classificação poderia ser ajustado, pela abertura do vortex, para uma maior vazão de overflow, diminuindo a carga circulante.

Na segunda etapa, o aumento incremental da alimentação dos moinhos forçou os ciclones à descarga em cordão de maneira que, havendo espaço para um aumento do diâmetro de corte, o fluxo pôde ser acomodado por uma nova abertura nos diâmetros de apex e vortex. O processo foi repetido iterativamente, para cada incremento sucessivo na alimentação, até que foi atingido o ponto de maior tonelagem passante em 106 $\mu$ m no produto, limitando o aumento da alimentação à carga circulante e taxa de vazão volumétrica iniciais.

Conclui-se, pela granulometria do produto em comparação com a especificação mínima, que há capacidade de moagem suficiente para que sejam instaladas novas linhas de classificação, possibilitando, com algum investimento, aumentos significativos de produção.

## **7. Bibliografia Consultada**

BERALDO, J. L. **Moagem de minérios em moinhos tubulares**. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1987. 143 p.

BOND, F. C. **The Third Theory of Comminution**. **Transactions AIME**, May 1952. p484-494.

BOND, F. C. **Crushing and Grinding Calculations**. Allis Chalmers Publication, 1961.

BOND, F. C. **Crushing and Grinding Calculations. Selection Circuits to Prepare Beneficiation Feeds**. Allis Chalmers Bulletin, May 1983.

CHAVES, A. P. **Britagem, Peneiramento e Moagem**. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. 4. ed. São Paulo: Ed. Signus, 2009. v. 3.

CHAVES, A. P. **Classificação**. Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. 4. ed. São Paulo: Ed. Oficina de Textos, 2012. v. 1.

DELBONI JR, H. **Modelagem e Simulação de Circuitos de Cominuição e Classificação**. Apostila do curso. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2012.

EPSTEIN, B. **The Material Description of Certain Breakage Mechanisms Leading to the Logarithmic-Normal Distribution**. J. Franklin Inst, 1947.

Gomes, W.L. - **INTEGRAÇÃO DE MODELOS ENERGÉTICOS E DE BALANÇO POPULACIONAL PARA SIMULAÇÃO DE MOAGEM EM MOINHOS DE BOLAS**

HOLMES, J. A. **A Contribution to the study of comminution: a modified form of Kick's Law**. **Transactions of the Institute of Chemical Engineering**, London, 1957. v. 35, p. 126–156.

HUKKI, R. T. **Minerals beneficiation: proposal for a solomonic settlement between the theories of von Rittinger, Kick, and Bond**. AIME Transactions, New York, January, 1961. v. 220, p. 403-408.

LYNCH, A. J. **Mineral crushing and grinding circuits: their simulation**,

**optimisation, design and control.** New York: Ed. Elsevier, 1977. 342 p.

MORRELL, S.; STERNS, U. J.; WELLER, K. R. **The application of population balance models to very fine grinding in tower mills.** XIX Int Min Proc Congress (AusIMM), Sydney, 1993. p. 61-66

NAPIER-MUNN, T. J. et al. **Mineral Comminution Circuits: their operation and optimization.** Queensland (JKMRC), 1996. 413 p

PEREIRA, C.E. **Moagem. Curso de Beneficiamento de minérios.** Belo Horizonte, 1989. p. 60-65.

ROWLAND JR, C. A. **Selection of Rod Mills, Ball Mills, Pebble Mills and Re grind Mills. Selection Circuits to Prepare Beneficiation Feeds.** Allis Chalmers Bulletin, May 1983.

TAGGART, A. F. **Elements of ore dressing.** New York: Ed. Wiley, 1951. 2. ed. v. 1. cap. 22, p. 388-433.

VALADÃO, G. E. S.; ARAUJO, A. C. **Introdução ao Tratamento de Minérios.** 1ª Edição. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007. 234p

WHITEN, W. J. **Ball mill simulation using small calculators. Proceedings** AusIMM, 1976. p. 47-53.

[Http://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/1922320/PEM5112/PG-P1-5-Moagem.pdf](http://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/1922320/PEM5112/PG-P1-5-Moagem.pdf), acessado em 08 de junho de 2018.

.



**CAVEX®**

## RESUMO DE DIMENSÕES HIDROCICLONES WEIR-CAVEX



| Modelo do Ciclone | Ø corpo | Área de Entrada   |       |       |           | Ø Vortex | Ø Apex                             | Cone   | Altura Lrnp | Altura Total | Peso kg |
|-------------------|---------|-------------------|-------|-------|-----------|----------|------------------------------------|--|-------------|--------------|---------|
|                   |         | diâmetro equibale | mm    | pol   | mm²       | pol²     |                                    |  |             |              |         |
| 400CVX            | 15"     | 12                | 0,472 |       | 113,040   | 0,175    | 6, 7, 8, 10, 12, 14, 16            | 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12                                 | 484         | 595          | 1,2     |
| 100CVX            | 6"      | 27                | 1,063 |       | 572,265   | 0,887    | 15, 25, 30, 35, 40                 | 7, 10, 12, 15, 17, 5, 20, 25, 30, 35                           | 720         | 995          | 20      |
| 150CVX            | 8"      | 41                | 1,614 |       | 1319,585  | 2,045    | 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75 | 10, 13, 15, 17, 20, 25, 30, 32, 38, 35, 40, 45, 50             | 905         | 1279         | 50      |
| 250CVX            | 10"     | 61                | 2,402 | 2,874 | 2920,985  | 4,528    | 60, 70, 80, 90, 100                | 16, 20, 25, 28, 32, 38, 44, 48, 50, 54, 59, 64, 70, 75, 79, 87 | 1375        | 1816         | 150     |
| 400CVX            | 16"     | 94                | 3,701 | 4,370 | 6936,260  | 10,751   | 100, 110, 120, 130, 140, 150, 170  | 38, 40, 60, 64, 65, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130             | 1331        | 1853         | 340     |
| 500CVX            | 20"     | 115               | 5,709 | 6,209 | 16504,625 | 25,532   | 140, 155, 170, 185, 200, 230       | 54, 70, 75, 80, 90, 95, 100, 110, 120, 130, 140                | 1986        | 2554         | 505     |
| 650CVX            | 26"     | 211               | 8,307 |       | 34948,985 | 54,171   | 220, 230, 260, 290, 320            | 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200  | 2102        | 2872         | 1250    |
| 800CVX            | 32"     | 253               | 9,961 |       | 50247,065 | 77,883   | 320, 345, 370, 381, 390, 400       | 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200  | 2813        | 3796         | 2105    |

## 8. Apêndices



